



ЭРГОДИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

ЭРГОДИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ, один из разделов общей динамики, который возник в связи с задачей математич. обоснования статистич. физики, а именно – замены средних значений, взятых по фазовому пространству, временными средними. Состояние некоторой физич. системы, напр. к.-л. объёма газа, определяется импульсами и координатами составляющих её частиц, т. е. $6N$ величинами (N – число частиц). Возможные состояния системы удобно представлять себе как точки $6N$ -мерного пространства – *фазового пространства*, а её эволюцию с течением времени – как некоторое движение (траекторию) в этом пространстве. Разл. физич. величины, связанные с данной системой (темп-ра, давление и т. п.), являются, как правило, функциями координат и импульсов, составляющих систему частиц, т. е. функциями точки её фазового пространства. Такие величины называются фазовыми функциями. При сопоставлении теории с экспериментом приходится сравнивать вычисленные значения тех или иных физич. величин с опытными данными. Обычно теоретически легко определяются лишь средние значения фазовых функций по всем состояниям, отвечающим данной энергии (т. н. фазовые средние). С другой стороны, т. к. измерение любой физич. величины занимает конечное время, притом большое по сравнению со скоростью молекулярных процессов, результат всякого измерения представляет собой среднее по времени (т. е. вдоль траектории) от соответствующей фазовой функции. Т. о., для сравнения опытных данных с теоретическими необходимо обосновать замену временных средних фазовыми. Система, в которой фазовые средние совпадают с временными, называется эргодической. Выяснение условий, при которых система является эргодической, и составляет осн. задачу Э. т. Попытки установить условия эргодичности физич. системы делались ещё Л. *Больцманом*, но первый математически строгий результат был получен только в 1931 Дж. *Биркгофом*, который доказал, что система является эргодической в том и только в том случае, если её фазовое пространство нельзя разбить на сумму двух инвариантных (т. е. состоящих из целых траекторий) множеств, каждое из которых имеет положительный объём. Одновременно Биркгоф доказал, при весьма общих предположениях, и само существование временных средних. Исследования Биркгофа были продолжены и обобщены в более поздних работах (Дж. фон *Нейман*, А. Я. *Хинчин*, Н. М. *Крылов* и Н. Н. *Боголюбов* и др.). Э. т. развивается по существу как чисто математич. теория в рамках общей теории *динамических систем*.

Полученные в Э. т. результаты не привели к исчерпывающему решению вопроса об обосновании статистич. физики, однако Э. т. и само понятие эргодической системы играют важную роль в общей динамике, качественной теории дифференциальных уравнений, теории случайных процессов и в др. вопросах.

Литература

Лит.: Халмош П. Лекции по эргодической теории. М., 1959; Аносов Д. В., Синай Я. Г. Некоторые гладкие эргодические системы // Успехи математических наук. 1967. Т. 22. Вып. 5(137); Немыцкий В. В., Степанов В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений. 3-е изд. М., 2004; Хинчин А. Я. Математические основания статистической механики. 3-е изд. М., 2015.

