



ЯКО́БИ МНОГОЧЛÉНЫ

ЯКО́БИ МНОГОЧЛÉНЫ, многочлены, определяемые формулой $P_n(x; \alpha, \beta) = \frac{(-1)^n}{2^n n!} (1-x)^{-\alpha} (1+x)^{-\beta} \frac{d^n}{dx^n} [(1-x)^{\alpha+n} (1+x)^{\beta+n}]$. Я. м. — [ортгональные многочлены](#) на отрезке $[-1, 1]$ относительно веса $(1-x)^\alpha (1+x)^\beta$. Частными случаями Я. м. являются [Лежандра многочлены](#) (при $\alpha=\beta=0$) и [Чебышева многочлены](#) первого рода (при $\alpha=\beta=-1/2$) и второго рода (при $\alpha=\beta=1/2$). В свою очередь, Я. м. являются частным случаем [гипергеометрической функции](#). Я. м. удовлетворяют дифференциальному уравнению $(1+x^2)y'' + (\beta-\alpha-(\alpha+\beta+2)x)y' + n(\alpha+\beta+n+1)y=0$, где $y=P_n(x; \alpha, \beta)$. Справедлива формула $\int_{-1}^1 (1-x)^\alpha (1+x)^\beta [P_n(x; \alpha, \beta)]^2 dx = \frac{2^{\alpha+\beta+1}}{\alpha+\beta+2n+1} \frac{\Gamma(\alpha+n+1)\Gamma(\beta+n+1)}{n!\Gamma(\alpha+\beta+n+1)}$, где Γ — гамма-функция.

Я. м. введены К. [Якоби](#) (1859).

Processing math: 0%