



ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ случайной величины X , математич. ожидание случайной величины e^{itX} . Т. о., $f_X(t) = \mathbb{E} e^{itX}$, где i – мнимая единица, t (аргумент X . ф. $f_X(t)$) – произвольное действительное число. X . ф. любой случайной величины X можно вычислить, используя её функцию распределения $F_X(x) = F(x)$ (см. [Распределение вероятностей](#)): $f_X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dF(x)$, где [интеграл](#) понимается в смысле Стильеса. Поэтому можно сказать, что X . ф. случайной величины есть преобразование Фурье – Стильеса её функции распределения.

Свойства X . ф.: каждой случайной величине соответствует определённая X . ф. $f_X(t)$; распределение вероятностей для X однозначно определяется по X . ф. $f_X(t)$; при сложении независимых случайных величин их X . ф. перемножаются; при надлежащем определении понятия «близости» случайным величинам с близкими распределениями соответствуют X . ф., мало отличающиеся друг от друга, и обратно, близким X . ф. соответствуют случайные величины с близкими распределениями. Указанные свойства определяют огромное практич. значение X . ф. в теории вероятностей; в частности, на них основано применение X . ф. при доказательстве [предельных теорем](#).

Впервые аппарат, по существу равнозначный применению X . ф., использован П. [Лапласом](#) (1812), но вся сила метода X . ф. была показана А. М. [Ляпуновым](#) (1900), получившим с его помощью свою известную теорему (см. [Центральная предельная теорема](#)).

Иногда X . ф. подмножества A множества M (индикатором A) называют функцию $f_A(x)$, равную 1 при $x \in A$ и равную 0 при $x \in M \setminus A$.

Литература

Лит.: Лукач Е. Характеристические функции. М., 1979; Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. 2-е изд. М., 2009. Т. 1–2.