



# ФУРЬЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

**ФУРЬЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ**, одно из интегральных преобразований; функция  $g(t)$ ,  $-\infty < t < \infty$ , является преобразованием Фурье функции  $f(x)$ , модуль которой интегрируем, если  $g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} f(x) dx = F[f]$ . При достаточно широких условиях функцию  $f(x)$  можно восстановить по её Ф. п.:  $f(x) = F^{-1}[g] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} g(t) dt$

Каждой операции над функциями соответствует операция над их Ф. п., которая во многих случаях проще операции над ними. Напр., операции дифференцирования соответствует операция умножения на  $it$ , т. е. Ф. п. функции  $f'(x)$  является функция  $itg(t)$ ; операции [свёртки функций](#) соответствует операция умножения Ф. п., т. е. Ф. п. функции  $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x-y) f_2(y) dy$  есть  $g(t) = g_1(t) g_2(t)$ .

Ф. п. можно рассматривать и для функций с интегрируемым квадратом, при этом справедливо равенство  $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt$  (теорема Планшереля). Это равенство является обобщением на Ф. п. [Парсеваля равенства](#) для [Фурье ряда](#).

Ф. п. можно рассматривать и для более общих классов функций, напр. для [обобщённых функций](#). Рассматриваются и обобщения Ф. п. Одно из них, преобразование Фурье – Стильтьеса, рассматривается в теории вероятностей и называется [характеристической функцией](#).

Ф. п., появившееся в теории теплопроводности, имеет многочисл. применения как в самой математике (напр., при решении дифференциальных, разностных и интегральных уравнений, в теории специальных функций), так и в разл. разделах теоретич. физики. Напр., Ф. п. стало стандартным аппаратом квантовой теории поля, широко используется в методе функций Грина для неравновесных задач квантовой механики, в теории рассеяния.

## Литература

Лит.: Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. М., 2012.