



ФУРЬЕ ИНТЕГРАЛ

ФУРЬЕ ИНТЕГРАЛ, формула для разложения непериодической функции на гармонич. компоненты, частоты которых пробегают непрерывную совокупность значений. Если функция $f(x)$ интегрируема на каждом конечном отрезке и интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx$ сходится, то $f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} du \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(ux-t) dt$. Эта формула впервые встречается при решении некоторых задач теплопроводности у Ж. [Фурье](#) (1811), но её доказательство было дано позднее др. математиками. Формулу (1) можно представить в виде $f(x) = \int_0^{\infty} [a(u) \cos(ux) + b(u) \sin(ux)] du$, где $a(u) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(ut) dt$, $b(u) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin(ut) dt$.

Формулу (2) можно рассматривать как предельную форму [Фурье ряда](#) для функций, имеющих период $2T$, когда $T \rightarrow \infty$, при этом $a(u)$ и $b(u)$ аналогичны [Фурье коэффициентам](#) функции $f(x)$.

Используя комплексные числа, можно заменить формулу (1) формулой $f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} du \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{iu(x-t)} dt$. Формулу (1) можно преобразовать также к виду $f(x) = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{\sin \lambda(x-t)}{x-t} dt$ (простой интеграл Фурье).

Если интегралы в формулах (2), (3) расходятся, то во многих случаях их можно просуммировать $\mathcal{C}(x)$ при помощи того или иного метода суммирования (см. [Суммирование рядов](#)). При решении мн. задач используются формулы Ф. и. для функций двух и большего числа переменных.

Литература

Лит.: Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. М.; Л., 1948.

Processing math: 0%