



ФУНКЦИЙ ТЕОРИЯ

ФУНКЦИЙ ТЕОРИЯ, раздел математики, в котором изучаются общие свойства функций. Ф. т. распадается на две части: теория функций действительного переменного и теория функций комплексного переменного.

В «классическом» математич. анализе осн. объектом изучения являются [непрерывные функции](#), заданные на (конечных или бесконечных) интервалах и обладающие той или иной степенью гладкости. Однако уже со 2-й пол. 19 в. развитие математики стало требовать систематич. изучения функций более общего типа. Основной причиной этого является то, что [предел](#) последовательности непрерывных функций может быть разрывен. Иными словами, класс непрерывных функций оказывается незамкнутым относительно важнейшей операции анализа – предельного перехода. В связи с этим функции, определяемые при помощи таких классич. средств, как тригонометрич. ряды, часто оказываются разрывными или недифференцируемыми. Разрывны могут быть производные непрерывных функций. Наконец, дифференциальные уравнения, возникающие при изучении физич. задач, иногда не имеют решений в классе достаточно гладких функций, но имеют их в более широких классах (если надлежащим образом изменить само понятие решения). Весьма важно, что именно эти обобщённые решения (см. [Обобщённая функция](#)) и дают ответ на исходную физич. задачу. Эти и аналогичные им обстоятельства стимулировали создание Ф. т. действительного переменного.

Отдельные частные факты Ф. т. действительного переменного были открыты ещё в 19 в. (существование рядов непрерывных функций с разрывной суммой, примеры нигде не дифференцируемых непрерывных функций, не интегрируемых функций и т. п.). Однако эти факты воспринимались обычно как «исключения из правил» и не объединялись никакими общими схемами. Лишь в нач. 20 в., когда в основу изучения функций были положены методы [множеств теории](#), стала систематически развиваться современная Ф. т. действительного переменного.

Различаются три направления в Ф. т. действительного переменного: 1) метрическая Ф. т., где свойства функций изучаются при помощи [меры множеств](#), на которых эти свойства имеют место. В метрич. Ф. т. с общих точек зрения изучаются интегрирование и дифференцирование функций, разл. способами обобщается понятие [сходимости](#) функциональных последовательностей, исследуется строение достаточно общих разрывных функций. Важнейшим классом функций, изучаемым в метрич. Ф. т., являются [измеримые функции](#); 2) дескриптивная Ф. т., в которой основным объектом изучения является операция предельного перехода; 3) конструктивная Ф. т., изучающая вопросы изображения произвольных функций при помощи надлежащих аналитич. средств (см. [Приближение функций](#) действительного переменного).

О Ф. т. комплексного переменного см. в ст. [Аналитическая функция](#).

Литература

Лит.: Александров П. С. Введение в общую теорию множеств и функций. М.; Л., 1948; Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. М., 2012.