



УМНОЖЕНИЕ

УМНОЖЕНИЕ, операция, сопоставляющая двум данным объектам a и b , называемым сомножителями, третий объект c , называемый произведением. У. обозначается знаком \times (ввёл англ. математик У. Отред в 1631) или точкой \cdot (ввёл Г. В. [Лейбниц](#) в 1698), в буквенных записях эти знаки обычно опускаются и вместо $a \times b$ или $a \cdot b$ пишут ab . У. имеет разл. конкретный смысл и соответственно разл. конкретные определения в зависимости от вида сомножителей и произведения.

У. натуральных чисел есть, по определению, операция, сопоставляющая числам a и b третье число c , равное сумме b слагаемых, каждое из которых равно a , так что $ab = a + a + \dots + a$ (в сумме в правой части равенства b слагаемых). Число a называется множимым, b — множителем.

У. рациональных чисел $\frac{m}{n}$ и $\frac{p}{q}$ определяется равенством $\frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{mp}{nq}$. У. рациональных чисел даёт число, абсолютная величина которого равна произведению абсолютных величин сомножителей, имеющему знак «плюс», если сомножители одного знака, и знак «минус», если сомножители разных знаков. У. иррациональных чисел определяется при помощи У. их рациональных приближений. У. комплексных чисел, заданных в форме $\alpha = a + bi$, $\beta = c + di$, где i — мнимая единица, определяется равенством $\alpha\beta = ac - bd + (ad + bc)i$. При У. комплексных чисел, заданных в тригонометрич. форме $\alpha = r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$, $\beta = r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$, их модули перемножаются, а аргументы складываются: $\alpha\beta = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$.

У. чисел однозначно и обладает свойствами:

$ab = ba$ (коммутативность, переместительный закон);

$a(bc) = (ab)c$ (ассоциативность, сочетательный закон);

$a(b+c) = ab+ac$ (дистрибутивность, распределительный закон).

При этом всегда $a \cdot 0 = 0$, $a \cdot 1 = a$.

Дальнейшее обобщение понятия У. связано с возможностью рассматривать числа как операторы в совокупности векторов на плоскости. Напр., комплексному числу $r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ соответствует оператор растяжения всех векторов в r раз и их поворота на угол φ . При этом У. комплексных чисел отвечает У. соответствующих операторов, т. е. результатом У. является оператор, получающийся последовательным применением двух данных операторов. Такое определение У. операторов переносится и на др. виды операторов, которые уже нельзя выразить при помощи чисел (напр., линейные преобразования). Это приводит, напр., к операции У. матриц, рассматриваемых как операторы растяжения и поворота в трёхмерном пространстве. При таких обобщениях могут не выполняться некоторые из перечисленных выше свойств У., чаще всего не выполняется свойство коммутативности. Изучение общих свойств операции У. входит в задачи общей алгебры, в частности в теории групп и колец.

Processing math: 0%