



# ТЕЙЛОРА ФОРМУЛА

ТЕЙЛОРА ФОРМУЛА, представление функции в виде суммы её многочлена Тейлора и остаточного члена. Если действительная функция  $f$  одного переменного имеет  $n$  производных  $f^{(k)}$  в точке  $x_0$ ,  $n=0, 1, \dots$ , то Т. ф. для этой функции имеет вид  $f(x)=P_n(x)+r_n(x)$ , где  $P_n(x)=\sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$  — её многочлен Тейлора, а остаточный член  $r_n(x)$  может быть записан в форме Пеано  $r_n(x)=o((x-x_0)^n)$ ,  $x \rightarrow x_0$ . Если функция  $f$  дифференцируема  $n+1$  раз в некоторой окрестности  $(x_0-h, x_0+h)$ ,  $h > 0$ , точки  $x_0$ , то остаточный член в этой окрестности может быть записан в форме Шлёмильха — Рошара  $r_n(x)=\frac{f^{(n+1)}(x_0+\theta(x-x_0))}{(n+1)!}(1-\theta)^{n-p}(x-x_0)^{n+1}$ , где  $p=1, 2, \dots, n+1$ , частными случаями которой являются форма Лагранжа  $r_n(x)=\frac{f^{(n+1)}(x_0+\theta(x-x_0))}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}$  и форма Коши  $r_n(x)=\frac{f^{(n+1)}(x_0+\theta(x-x_0))}{n!}(1-\theta)^n(x-x_0)^{n+1}$ ,  $0 < \theta < 1$ ,  $x \in (x_0-h, x_0+h)$ . Если производная порядка  $n+1$  функции  $f$  интегрируема на отрезке с концами в точках  $x$ ,  $x_0$ , то остаточный член можно записать в интегральной форме  $r_n(x)=\frac{1}{n!} \int_{x_0}^x f^{(n+1)}(t)(x-t)^n dt$ .

Т. ф. со всеми указанными формами записи её остаточного члена обобщается на случай функций многих переменных. Т. ф. в случае  $x_0=0$  иногда называют формулой Маклорена.

Т. ф. позволяет изучение ряда свойств определённое число раз дифференцируемой функции свести к существенно более простой задаче изучения этих свойств у соответствующего многочлена Тейлора — на этом и основаны разнообразные и многочисл. применения Т. ф. См. также [Тейлора ряд](#).