



# СТОХАСТИЧЕСКОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ

СТОХАСТИЧЕСКОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ, уравнение, в котором неизвестной функцией является случайный процесс. Пример С. д. у. даёт уравнение для диффузионного процесса  $X(t)$

$$dX(t) = a(t, X(t))dt + \sigma(t, X(t))dW(t), \quad X(0) = X, \tag{*}$$
 где  $t \geq 0$ ,  $a$ ,  $\sigma$  – заданные функции,  $W$  – заданный случайный процесс, случайная величина  $X$  играет роль начального значения. Это С. д. у. получается из разностного уравнения с помощью предельного перехода. Пусть  $X(t)$  – координата взвешенной в жидкости достаточно малой частицы в момент  $t$  (жидкость течёт по трубке, толщиной которой можно пренебречь). Приращение  $X(t+\Delta t) - X(t)$  за время  $\Delta t$  с точностью до малых порядков выше  $\Delta t$  можно представить в виде суммы двух величин  $a(t, X(t))\Delta t$ , где  $a(t, x)$  – скорость макроскопического движения жидкости в момент  $t$  в точке  $x$ , и (флуктуационной составляющей)  $\sigma(t, X(t))(W(t+\Delta t) - W(t))$ , где  $\sigma(t, x)$  характеризует свойства жидкости в момент  $t$  в точке  $x$ , а  $W(t)$  – стандартный [винеровский процесс](#) (процесс броуновского движения). Таким образом,  $X(t+\Delta t) - X(t) \approx a(t, X(t))\Delta t + \sigma(t, X(t))(W(t+\Delta t) - W(t))$ , откуда предельным переходом по  $\Delta t \rightarrow 0$  получается С. д. у. (\*). Для того чтобы этот предельный переход был корректным, необходимы понятия стохастич. дифференциала и интеграла.

## Литература

Лит.: Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Статистика случайных процессов. М., 1974; Гихман И. И., Скороход А. В. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения. К., 1982.

Processing math: 0%