



СЛУЧАЙНОЕ БЛУЖДАНИЕ

СЛУЧАЙНОЕ БЛУЖДАНИЕ, случайный процесс специального вида, исторически связанный с моделью перемещения частицы под действием некоторого случайного механизма. Обычно рассматривается С. б., порождаемое суммами взаимно независимых одинаково распределённых случайных величин X_1, X_2, \dots , или [Маркова цепями](#). Пусть $S_0=0$, $S_n=X_1+\dots+X_n$, тогда последовательность точек с координатами (n, S_n) , $n=0, 1, 2, \dots$, описывает траекторию С. б. Основные черты общих С. б. можно показать на примере простейшего С. б., порождаемого [Бернулли схемой](#). Рассматривается частица, которая движется («блуждает») по целым точкам действит. оси. При $t=0$ частица находится в точке 0, её положение меняется только в дискретные моменты времени 1, 2, На каждом шаге частица передвигается на 1 вправо или влево с вероятностями p и $q=1-p$ соответственно, независимо от предшествующего движения. Обычно С. б. изображают геометрически, указывая на оси абсцисс моменты времени 0, 1, 2, ..., а на оси ординат – положения частицы на действит. оси. Пусть X_j – случайная величина, равная величине перемещения частицы на j -м шаге, т. е. $X_j=1$ с вероятностью p и $X_j=-1$ с вероятностью q . Тогда X_1, X_2, \dots образуют последовательность независимых бернуллиевских случайных величин. Ордината частицы в момент n равна сумме $S_n=X_1+\dots+X_n$. График такого С. б. даёт наглядное представление о поведении нарастающих сумм случайных величин, причём мн. закономерности сохраняются и для сумм значительно более общих случайных величин. Часто С. б., как одномерные, так и их многомерные обобщения, используются для приближённого описания процессов диффузии и [броуновского движения](#) частиц. При анализе С. б. возникает ряд специфич. задач, напр. о распределении максимума последовательности сумм, о распределении первого момента достижения некоторой точки, о возвращении С. б. в точку нуль. Так, вероятность хотя бы одного возвращения в нуль равна 1 при $p=q=1/2$ (симметричный случай) и меньше 1 при $p \neq q$. При $p > q$ или при $p < q$ частица уходит с вероятностью 1 на $+\infty$ или на $-\infty$ соответственно. В симметричном случае время до N -го возвращения в нуль растёт как N^2 , а среднее число возвращений за $2n$ шагов растёт как \sqrt{n} . Отсюда следует неожиданный вывод: в симметричных С. б. промежутки между последовательными возвращениями в нуль становятся поразительно длинными.

С. б. возникают как в теоретич. задачах, так и в приложениях теории вероятностей, напр. в [последовательном анализе](#) и [массового обслуживания теории](#).

Литература

Лит.: Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. 2-е изд. М., 2009. Т. 1–2.