



# СЕРИЙ СХЕМА

СЕРИЙ СХЕМА, общая модель, в рамках которой изучаются предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. Точнее, С. с. называют множество случайных величин  $X_{1,1}, X_{2,1}, X_{2,2}, \dots, X_{n,1}, X_{n,2}, \dots, X_{n,n}, \dots$  где в каждой серии  $X_{n,1}, X_{n,2}, \dots, X_{n,n}, n=1, 2, \dots$  случайные величины взаимно независимы. Рассматриваются функции распределения  $F_n(x) = \mathbb{P}\{X_{n,1} + X_{n,2} + \dots + X_{n,n} - A_n \leq x\}, -\infty < x < \infty, n=1, 2, \dots$  центрированных сумм случайных величин из каждой серии, где  $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$  — некоторая числовая последовательность, и ищется ответ на вопрос: какие функции распределения  $G(x)$  могут быть предельными для последовательности  $\{F_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ , а также каковы условия сходимости  $F_n(x)$  к  $G(x)$ . В классич. теории суммирования независимых случайных величин (возникновение этой теории связано с тем, что простой операции суммирования независимых случайных величин соответствует очень сложная операция *свёртки функций* распределения) на С. с. налагается ограничение  $\max_{1 \leq j \leq n} \mathbb{P}\{|X_{n,j}| \geq \varepsilon\} \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ , для любого  $\varepsilon > 0$ , которое называется условием бесконечной малости (предельной пренебрегаемости) слагаемых. При выполнении этого условия вклад каждой случайной величины  $X_{n,j}$  из  $n$ -й серии в формирование функции распределения  $F_n(x)$  пренебрежимо мал при  $n \rightarrow \infty$ . Иногда рассматриваются С. с., в которых число случайных величин в серии не совпадает с её номером, такие С. с. сводятся к С. с. (\*). Впервые в общем виде С. с. рассматривались С. Н. *Бернштейном* в 1922. До 1930-х гг. в теории вероятностей превалировала модель нарастающих (накопленных) сумм, в которой рассматривалась последовательность взаимно независимых случайных величин  $X_1, X_2, \dots$ , и исследовалась сходимость функций распределения нормированных и центрированных сумм  $S_n^* = \frac{X_1 + \dots + X_n}{B_n} - A_n$ , где последовательность  $\{B_n\}_{n=1}^{\infty}$  положительных чисел такова, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} B_n = \infty$ . Эта модель сводится к С. с. (\*) с помощью серий  $X_{n,j} = X_j / B_n, j=1, \dots, n, n=1, 2, \dots$ . В то же время некоторые предельные теоремы, напр. *Пуассона теорема*, могут быть корректно сформулированы только в рамках серий схемы.

В классич. теории суммирования установлено, что предельными распределениями в С. с. при выполнении условия (\*\*) являются *безгранично делимые распределения* и только они. Построение классич. теории суммирования завершено в осн. в кон. 1-й пол. 20 в. работами А. Н. *Колмогорова*, П. *Леви*, А. Я. *Хинчина* и Б. В. *Гнеденко*. В 1960-х гг. в исследованиях рос. математика В. М. Золотарёва и его учеников была развита содержательная теория предельных теорем в неклассич. постановке, т. е. для С. с., для которых выполнение условия (\*\*) не предполагается.

## Литература

Лит.: Гнеденко Б. В., Колмогоров А. Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. М.: Л., 1949; Золотарев В. М. Современная теория суммирования независимых случайных величин. М., 1986.