



РИМАНА ГЕОМЕТРИЯ

Авторы: Н. В. Ефимов

РИМАНА ГЕОМЕТРИЯ (эллиптическая геометрия), одна из [неевклидовых геометрий](#), геометрич. теория, основанная на аксиомах, требования которых в значительной части отличны от требований аксиом евклидовой геометрии. Осн. объектами, или элементами, трёхмерной Р. г. являются точки, прямые и плоскости; осн. понятия Р. г. суть понятия принадлежности (точки прямой, точки плоскости), порядка (напр., порядка точек на прямой или порядка прямых, проходящих через данную точку в данной плоскости) и конгруэнтности фигур. Требования аксиом Р. г., касающиеся принадлежности и порядка, полностью совпадают с требованиями аксиом [проективной геометрии](#). Соответственно, в Р. г. имеют место, напр., следующие предложения: через каждые две точки проходит одна прямая, каждые две плоскости пересекаются по одной прямой, каждые две прямые, лежащие в одной плоскости, пересекаются (в одной точке), точки на прямой расположены в циклич. порядке (как и прямые, лежащие в одной плоскости и проходящие через одну точку). Требования аксиом Р. г., касающиеся конгруэнтности, сходны с требованиями соответствующих аксиом евклидовой геометрии, во всяком случае, они обеспечивают движения фигур по плоскости и в пространстве Римана, столь же свободные, как на плоскости и в пространстве Евклида. Метрич. свойства плоскости Римана «в малом» совпадают с метрич. свойствами обыкновенной сферы. Точнее, для любой точки плоскости Римана существует содержащая эту точку часть плоскости, изометричная некоторой части сферы; радиус R этой сферы – один и тот же для всех плоскостей данного пространства Римана. Число $K=1/R^2$ называется кривизной пространства Римана (чем меньше K , тем ближе свойства фигур этого пространства к евклидовым). Свойства плоскости Римана «в целом» отличаются от свойств целой сферы; так, напр., на плоскости Римана две прямые пересекаются в одной точке, а на сфере два больших круга, которые играют роль прямых в сферич. геометрии, пересекаются в двух точках; прямая, лежащая на плоскости, не разделяет эту плоскость (т. е. если прямая a лежит в плоскости α , то любые две точки плоскости α , не лежащие на прямой a , можно соединить отрезком, не пересекая прямой a).

Первое сообщение о Р. г. было сделано Б. [Риманом](#) в его лекции «О гипотезах, лежащих в основании геометрии» (1854, опублик. в 1868), где Р. г. рассматривалась как частный случай [римановой геометрии](#) – теории [римановых пространств](#) в широком смысле. Р. г. относится к теории пространств постоянной положительной кривизны.

Литература

Лит. см. при ст. [Неевклидовы геометрии](#).