



РАО – КРАМЕРА НЕРАВЕНСТВО

РАО – КРАМЕРА НЕРАВЕНСТВО (неравенство Фреше, неравенство информации), неравенство в математич. статистике, устанавливающее нижнюю границу среднеквадратич. погрешностей статистич. оценок параметров. Пусть по выборке X_1, \dots, X_n с плотностью распределения $p(x, \theta)$ требуется оценить неизвестный параметр θ . Пусть $T(X_1, \dots, X_n)$ – оценка этого параметра такая, что $\mathsf{E} T = \theta + b(\theta)$, где b – дифференцируемая функция, называемая смещением оценки T . Тогда при определённых условиях регулярности, наложенных на семейство $p(x, \theta)$, справедливо неравенство $\mathsf{E}(T - \theta)^2 \geq (1 + b'(\theta))^2 / (nI(\theta)) + b^2(\theta)$. Здесь $I(\theta) = \mathsf{E} \left(\frac{\partial \ln p(X_1, \dots, X_n, \theta)}{\partial \theta} \right)^2$ – информационное количество Фишера, которое предполагается положительным и конечным. В частности, если T является несмещённой оценкой θ , т. е. $\mathsf{E} T = \theta$, то следствием этого неравенства является нижняя оценка дисперсии $\mathsf{D} T \geq 1 / (nI(\theta))$. Если в этом неравенстве для какой-то несмещённой оценки T достигается равенство, то она в определённом смысле является наилучшей и называется эффективной оценкой. Р. – К. н. получено независимо Х. [Крамером](#) (1946), инд. математиком К. Р. Рао (1945) и М. [Фреше](#) (1943).

Литература

Лит.: Ван дер Варден Б. Л. Математическая статистика. М., 1960; Крамер Г. Математические методы статистики. 2-е изд. М., 1975.

Processing math: 0%