



ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ГРУППА

ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ГРУППА (группа подстановок), группа преобразований некоторого множества, рассматриваемая вместе с этим множеством. Точнее, П. г. есть пара

(G, X) , где

G – группа,

X – множество, для которой задана операция

$(g, x) \mapsto gx$, сопоставляющая элементам

$g \in G$,

$x \in X$ элемент

$gx \in X$ и удовлетворяющая условиям

$$1) g(hx) = (gh)x, g, h \in G, x \in X, 2) ex = x, x \in X, e - \text{единица } G.$$

Если задана П. г.

(G, X) , то каждый элемент

$g \in G$ определяет инъективное преобразование ([отображение](#))

$t_g: x \mapsto gx$ множества

X , причём соответствие

$t: g \mapsto t_g$ есть гомоморфизм группы

G в симметрич. группу

$S(X)$ всех биективных преобразований множества

X . Обратно, всякий гомоморфизм

G в

$S(X)$ задаёт некоторую П. г.

(G, X) .

Наряду с абстрактными П. г., рассматриваются топологич. П. г. [при этом предполагается, что

G – топологич. группа,

X – топологич. пространство и отображение

$(g, x) \mapsto gx$ непрерывно]. Аналогично определяются группы Ли преобразований и алгебраич. группы преобразований.

П. г. играют важную роль во многих разделах математики и в её приложениях. На первом этапе развития [групп теории](#), связанном с [Галуа теорией](#), изучались группы подстановок, то есть П. г. конечных множеств. [Ли групп теория](#) также начиналась как теория П. г. При изучении дифференциальных уравнений, некоторых физич. систем и т. п. возникают П. г. – группы симметрий. Наличие достаточно богатой группы симметрий позволяет, напр., построить явные решения некоторых дифференциальных уравнений. Особенно важна роль П. г. в геометрии. Уже в евклидовой планиметрии возникают такие П. г., как группа всех движений плоскости, группа

параллельных переносов, группа поворотов вокруг заданной точки. С каждой фигурой на плоскости связана группа её симметрий, т. е. группа движений, переводящих эту фигуру в себя. Произвольная абстрактная группа G превращается в П. г. на том же множестве

G , если в качестве

t_g взять левый сдвиг

$$x \mapsto gx.$$

Processing math: 100%