



ПУАССОНА ТЕОРЕМА

ПУАССОНА ТЕОРЕМА, одна из предельных теорем теории вероятностей, дающая предельное распределение числа наступлений некоторого маловероятного (редкого) события при большом числе независимых испытаний.

Если, напр., $P_n(k)$ вероятность того, что в *Бернулли схеме*, состоящей из n опытов, некоторое событие A , имеющее вероятность p , наступило k раз, то П. т. утверждает, что при больших значениях n и $1/p$ вероятности $P_n(k)$, $k=0,1,\dots,n$, близки к числам $\frac{(np)^k}{k!}e^{-np}$. Величина $np=\lambda$ есть среднее значение числа наступления события A , а величины $\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, $k=0,1,2,\dots$, $\lambda \geq 0$, составляют *Пуассона распределение*.

Более удобна П. т. в форме неравенства для более общей схемы, чем схема Бернулли: если событие A наступает в j -м опыте с вероятностью p_j , $j=1,2,\dots,n$, $\lambda=p_1+\dots+p_n$, $\delta=p_1^2+\dots+p_n^2$, то при $n \geq 2$ и всех $k=0,1,\dots,n$ $\left|P_n(k)-\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}\right| \leq 2\delta$. Это неравенство оценивает ошибку при замене $P_n(k)$ величиной $\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$. Если, напр., $p_1=\dots=p_n=\lambda/n$, то $\delta=\lambda^2/n$, и ошибка уменьшается с ростом n . Ныне в П. т. обычно используется *серий схема*. Одна из форм П. т. имеет следующий вид. Пусть $X_{1,1}, \dots, X_{2,1}, X_{2,2}, \dots, X_{n,1}, X_{n,2}, \dots, X_{n,n}$, — схема серий, состоящая из случайных величин $X_{n,j}$, $n=1,2,\dots$, $j=1,\dots,n$ (первый индекс — номер серии, второй — номер величины в серии), случайные величины в каждой серии независимы, одинаково распределены и $P\{X_{n,j}=0\}=1-p_n$, $P\{X_{n,j}=1\}=p_n$, $j=1,\dots,n$. Если $np_n \rightarrow \lambda$, $\lambda \geq 0$, при $n \rightarrow \infty$, то $P\{X_{n,1}+\dots+X_{n,n}=k\} \rightarrow \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, $k=0,1,2,\dots$. П. т. установлена С. *Пуассоном* в 1837.

Теоремой Пуассона называется также одна из форм *больших чисел закона*.