



ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ

Авторы: А. А. Гончар

ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ комплексного переменного, раздел комплексного анализа, изучающий вопросы приближённого представления (аппроксимации) функций комплексного переменного посредством аналитических функций специальных классов. Центральная проблематика относится к П. ф. многочленами и рациональными функциями. Основными являются задачи о возможности приближения, скорости приближения и аппроксимационных свойствах разл. способов представления функций (интерполяционных последовательностей и рядов, рядов по ортогональным многочленам и многочленам Фабера, разложений в непрерывные дроби и т. п.). Теория приближений тесно связана с др. разделами комплексного анализа (теорией конформных отображений, интегральными представлениями, теорией потенциала и др.); мн. теоремы, формулируемые в терминах теории приближений, являются, по существу, глубокими результатами о свойствах аналитич. функций и природе аналитичности.

Одним из первых результатов о полиномиальной аппроксимации является теорема Рунге, согласно которой любая функция, голоморфная в односвязной области плоскости комплексного переменного z , может быть равномерно аппроксимирована на компактных подмножествах этой области посредством многочленов от z . Общая задача о возможности равномерного приближения многочленами ставится так: для каких компактов K в комплексной плоскости любая функция f , непрерывная на K и голоморфная на множестве внутр. точек K , допускает равномерную аппроксимацию на K (с любой степенью точности) посредством многочленов от z . Необходимым и достаточным условием возможности такой аппроксимации является связность дополнения компакта K . Эта теорема в частных случаях доказана М. А. [Лаврентьевым](#) (1934) и М. В. [Келдышем](#) (1945), в общем случае – С. Н. [Мергеляном](#) (1951).

Пусть $E_n = E_n(f, K)$ – наилучшее П. ф. $f(z)$ на компакте K посредством многочленов от z степени не выше n . Если K – компакт со связным дополнением и функция f голоморфна на K , то последовательность $\{E_n\}$ стремится к нулю быстрее некоторой геометрич. прогрессии: $E_n \leq q^n$, $0 < q = q(f) < 1$, $n > N$. Если f непрерывна на K и голоморфна во внутренних точках K , то скорость её аппроксимации многочленами зависит как от свойств f на границе K (модуль непрерывности, дифференцируемость), так и от геометрич. свойств границы K .

Другие направления исследований в теории П. ф. комплексного переменного: равномерные и наилучшие приближения рациональными функциями, приближения целыми функциями, весовые приближения многочленами, приближения многочленами и рациональными функциями в интегральных метриках. Большое внимание уделяется проблематике, связанной с П. ф. нескольких комплексных переменных.

Литература

Лит.: Уолш Д. Л. Интерполяция и аппроксимация рациональными функциями в комплексной области. М., 1961; Смирнов В. И., Лебедев Н. А. Конструктивная теория функций комплексного переменного. М.; Л., 1964;

Маркушевич А. И. Теория аналитических функций. 3-е изд. М., 2009. Т. 2.

Processing math: 0%