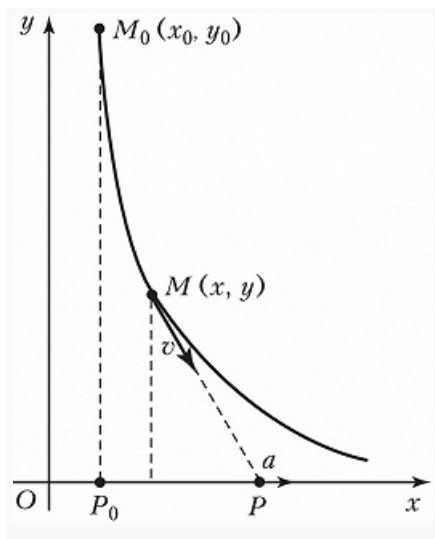


ПОГÓНИ ЛІНІЯ



ПОГОНІ ЛІНІЯ, кривая, являющаяся решением задачи о погоне, которая ставится следующим образом. По прямой Ox с постоянной скоростью v_1 движется точка P ; в плоскости Oxy движется точка $M(x,y)$ с постоянной по модулю скоростью так, что вектор скорости точки M всегда направлен в точку P ; траектория точки M называется линией погони (рис.).

Дифференциальное уравнение П. л. имеет вид $y'' = \frac{a}{y} \sqrt{1+y'^2}$, где v – модуль скорости точки М. Решение этого уравнения даёт следующую связь между координатами точек П. л. $x = \frac{y_0}{2(1+a/v)} \left[\left(\frac{y}{y_0} \right)^{1+a/v} - 1 \right] - \frac{y_0}{2(1-a/v)} \left[\left(\frac{y}{y_0} \right)^{1-a/v} - 1 \right] + x_0$ при $v \neq a$ и $x = \frac{y_0}{4} \left[\left(\frac{y}{y_0} \right)^2 - 1 \right] - \frac{y_0}{2} \ln \frac{y}{y_0} + x_0$ при $v = a$, где x_0, y_0 – координаты точки М в начальный момент времени, а точка Р

имеет в этот момент координаты $x_0, 0$. Если $v > a$, то y убывает от y_0 до 0, когда x возрастает от x_0 до $x_1 = x_0 + y_0 \frac{av}{v^2 - a^2}$, т. е. точка М догоняет точку Р при $x = x_1$. В этом случае длина П. л. равна $y_0 v^2 / (v^2 - a^2)$ и точка М догоняет точку Р за время $T = y_0 v / (v^2 - a^2)$ (продолжительность погони). При $v \leq a$ точка М не догоняет точку Р. Известно обобщение задачи о погоне на случай, когда точка Р движется по кривой линии.

Задача о П. л. была поставлена Леонардо да Винчи, решена П. Бугером (1732).

Литература

Лит.: Савелов А. А. Плоские кривые. 3-е изд. М., 2009.

Processing math: 0%