ПЕРЕВА́ЛА МЕ́ТОД

ПЕРЕВА́ЛА МЕ́ТОД, метод нахождения асимптотических выражений некоторых интегралов. Многие спец. функции выражаются интегралами вида $\int_Ce^{zf(\tau)}d\tau,\qquad(*)$ где $f(\tau)=u(x, y)+iv(x, y)$ – аналитич. функция от $\tau=x+iy$ такая, что $u(x, y)$ стремится к $-\infty$ при приближении к концам контура C. Для вычисления этих интегралов при больших положительных значениях z применяется П. м. Он состоит в том, что контур C деформируется в контур C', имеющий те же концы, что и C, и проходящий через нуль τ_0 функции $f'(\tau)$ по кривой вида $v(x, y)=\text{const}$ (по теореме Коши значение интеграла не меняется при деформации контура). На поверхности $t=u(x, y)$ контур C' изобразится путём, проходящим через точку перевала этой поверхности (отсюда назв. метода) так, что по обе стороны этой точки путь как можно круче спускается к большим отрицательным значениям $u(x, y)$. Поэтому при действительном положительном z существенное влияние на значение интеграла $(*)$ оказывает лишь ближайшая окрестность точки τ_0, и это обстоятельство может быть использовано для получения асимптотич. выражений интеграла, напр., заменой функции $f(\tau)$ в окрестности точки τ_0 отрезком её ряда Тейлора.

Так, если $f(\tau)=\ln \tau-\tau$, $-\pi<\arg \tau\leqslant\pi$, и контур C соединяет точки $\tau=0$ и $\tau=\infty$, то $\tau_0=1$ и интегрировать следует по действит. положительной полуоси, причём $\int_{-}^{\infty}e^{z(\ln \tau - \tau)}d\tau = \int_0^{\infty}\exp z \left(-1-\frac{1}{2}(1-\tau)^2-\frac{1}{3}(1-\tau)^3-\dots \right)d\tau$. Отсюда, ограничиваясь окрестностью $0<\tau<2$ точки $\tau_0=1$ и полагая $\sqrt z(1-\tau)=\sigma$, находят асимптотич. выражение (при $z\to\infty$) $\int_0^{\infty}e^{z(\ln \tau - \tau)}d\tau \sim \frac{e^{-z}}{\sqrt z}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{1}{2}\sigma^2}d\sigma=\sqrt{\frac{2\pi}{z}}e^{-z}$.

П. м., как правило, даёт возможность найти весь асимптотич. ряд для интеграла $(*)$.

Литература

Лит.: Евграфов М. А. Асимптотические оценки и целые функции. 3-е изд. М., 1979;Федорюк М. В. Метод перевала. 2-е изд. М., 2009.