



ОСТРОГРАДСКОГО МЕТОД

ОСТРОГРАДСКОГО МЕТОД, метод выделения рациональной части неопределённого интеграла

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx,$$

где $Q(x)$ – многочлен степени n , имеющий кратные корни, а $P(x)$ – многочлен степени $m \leq n - 1$. О. м. позволяет алгебраич. путём представить такой интеграл в виде суммы двух слагаемых, из которых первое является рациональной функцией переменного x , а второе рациональной части не содержит. Имеет место равенство

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx = \frac{P_1(x)}{Q_1(x)} + \int \frac{P_2(x)}{Q_2(x)} dx,$$

где Q_1, Q_2, P_1, P_2 – многочлены степеней соответственно n_1, n_2, m_1, m_2 , причём $n_1 + n_2 = n, m_1 \leq n_1 - 1, m_2 \leq n_2 - 1$ и многочлен $Q_2(x)$ не имеет кратных корней. Многочлен $Q_1(x)$ является наибольшим общим делителем многочленов $Q(x)$ и $Q'(x)$, поэтому явное выражение $Q_1(x)$ можно найти, напр., с помощью алгоритма Евклида. Дифференцируя левую и правую части (*), получают тождество

$$Q_2(x)P_1'(x) - P_1(x) \frac{Q_2(x)Q_1'(x)}{Q_1(x)} + P_2(x)Q_1(x) = P(x),$$

которое позволяет найти явные выражения многочленов $P_1(x), P_2(x)$ методом неопределённых коэффициентов.

О. м. впервые предложен М. В. [Остроградским](#) (1844).

Processing math: 100%