



НЕЗАВИСИМОСТЬ

НЕЗАВИСИМОСТЬ в теории вероятностей – одно из важнейших специфич. понятий теории вероятностей. Пусть A и B – два случайных события, а $P(A)$ и $P(B)$ – их вероятности. Условную вероятность $P(A|B)$ события A при условии осуществления события B ($P(B) > 0$) определяют равенством $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, где $P(A \cap B)$ – вероятность совместного осуществления событий A и B . Событие A называют независимым от события B , если $P(A|B) = P(A)$. Это равенство может быть записано в виде, симметричном относительно A и B и свободном от условия $P(B) > 0$:

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$, откуда видно, что если событие A не зависит от B , то и B не зависит от A . Статистич. смысл определения Н. проясняется при переходе от вероятностей событий к частотам: если производится большое число испытаний, то между частотой появления события A во всех испытаниях и частотой его появления в тех испытаниях, в которых происходит событие B , должно иметь место приближённое равенство. Н. событий означает либо отсутствие связи между наступлением этих событий, либо несущественный характер этой связи.

При определении Н. нескольких событий различают попарную и взаимную Н. События A_1, A_2, \dots, A_n называются попарно независимыми, если любые два из них независимы в смысле определения (1). События A_1, A_2, \dots, A_n называются взаимно независимыми, если для любого натурального числа $k, 2 \leq k \leq n$, и всех наборов чисел $1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$ справедливы равенства $P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k})$.

Условие попарной Н. является частью условия взаимной Н. (при $k = 2$). Условие (2) содержит $2^n - n - 1$ соотношений, и при больших n его проверка затруднительна. Однако в моделях теории вероятностей Н. обычно вводится как допущение.

Понятие Н. переносится и на случайные величины. Случайные величины X и Y называются независимыми, если для любых интервалов A и B действительной прямой события, заключающиеся в том, что значение X принадлежит интервалу A , а значение Y – интервалу B , независимы. Аналогично определение Н. для нескольких случайных величин.

На предположении Н. тех или иных событий и случайных величин основаны важнейшие схемы теории вероятностей (см., напр., *Бернулли схема*). Основные фундам. результаты теории вероятностей первоначально были доказаны в предположении Н. случайных величин (см. *Предельные теоремы* теории вероятностей).

Литература

Лит.: Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. 2-е изд. М., 2009. Т. 1–2.