



# ДРО́БНО-ЛИНЕ́ЙНАЯ ФУ́НКЦИЯ

Авторы: С. Б. Стечкин

ДРО́БНО-ЛИНЕ́ЙНАЯ ФУ́НКЦИЯ, функция

$$y = \frac{ax + b}{cx + d},$$

где  $x$  — действительная переменная,  $a, b, c, d$  — действительные числа и  $ad - bc \neq 0$ . При  $ad - bc = 0$  Д.-л. ф. сводится к тождественной постоянной; если  $ad - bc \neq 0$ , но  $c = 0$ , то Д.-л. ф. сводится к линейной функции. При  $c \neq 0$  графиком Д.-л. ф. является равнобочная гипербола с горизонтальной асимптотой  $y = a/c$  и вертикальной асимптотой  $x = -d/c$ .

В случае комплексной переменной  $x$  и комплексных чисел  $a, b, c, d$  Д.-л. ф. осуществляет взаимно однозначное и [конформное отображение](#) комплексной плоскости (пополненной точкой  $\infty$ ) на себя, называемое дробно-линейным отображением (это единственная аналитич. функция, обладающая указанным свойством). Д.-л. ф. характеризуется также тем, что она переводит прямые и окружности, лежащие в комплексной плоскости, в прямые и окружности. Всякое конформное отображение внутренности круга на себя осуществляется при помощи Д.-л. ф. Двойное отношение четырёх точек

$$\frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2} : \frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2}.$$

является инвариантом Д.-л. ф. Иными словами, если Д.-л. ф. переводит  $x_1$  в  $y_1$ ,  $x_2$  в  $y_2$ ,  $x_3$  в  $y_3$  и  $x_4$  в  $y_4$ , то

$$\frac{y_4 - y_1}{y_4 - y_2} : \frac{y_3 - y_1}{y_3 - y_2} = \frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2} : \frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2}.$$

## Литература

Лит.: Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций. 3-е изд. М., 1966; Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного. 14-е изд. М., 1999.