



ГАМИЛЬТОНА УРАВНЕНИЯ

Авторы: А. В. Карапетян

ГАМИЛЬТОНА УРАВНЕНИЯ (канонические уравнения механики), дифференциальные уравнения движения голономных механич. систем, находящихся под действием потенциальных сил. Предложены У. *Гамильтоном* в 1834.

Г. у. эквивалентны *Лагранжа уравнениям* 2-го рода, в которых неизвестными являются обобщённые координаты q_i и обобщённые скорости $\dot{q}_i = dq_i/dt$ (t – время). Вместо переменных \dot{q}_i Гамильтон ввёл в рассмотрение *обобщённые импульсы* $p_i = \partial L / \partial \dot{q}_i$ [$i=1, \dots, n$, $L(t, q_i, \dot{q}_i)$ – функция Лагранжа, n – число степеней свободы системы], а также функцию $H(t, q_i, p_i)$, называемую *Гамильтона функцией*.

Г. у. имеют вид $\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$, $\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$ ($i=1, \dots, n$). Г. у. представляют собой систему $2n$ обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка, интегрируя которые, можно найти все неизвестные q_i и p_i как функции времени t , а из начальных условий – $2n$ постоянных интегрирования. Решение системы Г. у. можно также свести к отысканию полного интеграла соответствующего ей уравнения в частных производных (*Гамильтона – Якоби уравнения*).

Если гамильтониан не зависит от времени ($\partial H / \partial t = 0$), то Г. у. допускают интеграл $H = h = \text{const}$ (в классич. механике ему соответствует интеграл энергии). Если гамильтониан не зависит от к.-л. обобщённой координаты q_s ($\partial H / \partial q_s = 0$), то Г. у. допускают интеграл $p_s = c_s = \text{const}$ (координата q_s называется циклической, а соответствующий ей интеграл – циклическим интегралом).

Г. у. имеют простую и симметричную структуру, они применяются при исследовании теоретич. проблем аналитич. механики и классич. вариационного исчисления. Свойства Г. у. лежат в основе совр. теории возмущений и используются в статистич. физике, квантовой механике и др. областях физики. Г. у. применяются также при решении задач теории оптимального управления на основе принципа максимума Понтрягина.

Processing math: 0%