



ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСЧИСЛЕНИЕ

Авторы: В. Б. Шехтман

ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСЧИСЛЕНИЕ (пропозициональное исчисление), общее название аксиоматич. систем (см. [Аксиоматический метод](#)), предназначенных для доказательства утверждений (формул), составленных из простейших (не анализируемых в рамках данной системы) утверждений при помощи логич. связей, таких как «не», «или», «если... то...» и др.

С синтаксич. точки зрения различают неск. видов В. и.: т. н. гильбертовские, секвенциальные (генценовские), системы натурального вывода и др. Важнейшим примером В. и. является классич. В. и., где используются традиц. логич. связи: «или» (\vee), «и» ($\&$), «если..., то...» (\rightarrow), «не» (\neg). При этом утверждения интерпретируются как [булевы функции](#), принимающие два значения: «истина» (1) и «ложь» (0); связи соответствуют стандартным операциям на множестве $\{0,1\}$: \vee – взятию максимума, $\&$ – взятию минимума, и т. д. В гильбертовской формулировке используются схемы аксиом (такие как $A \rightarrow (B \rightarrow A)$; $A \& B \rightarrow A$; $B \rightarrow A \vee B$; $A \vee \neg A$ и др.) и единственное правило вывода *modus ponens* (правило отделения), позволяющее из формул A и $A \rightarrow B$ получить B . Теоремами этого исчисления являются в точности все тавтологии – формулы, отвечающие тождественно истинным булевым функциям. Отсюда следует алгоритмич. разрешимость, т. е. существование алгоритма, распознающего теоремы данного исчисления (см. [Алгоритмическая проблема](#)).

Помимо классич. В. и., известны разнообразные неклассич. В. и., в которых логич. связи уже не всегда сводятся к булевым функциям. Интуиционистское В. и. было предложено для формализации логич. принципов интуиционизма (см. [Конструктивная логика](#)). Оно получается из классич. В. и. удалением схемы аксиом $A \vee \neg A$, выражающей [исключённого третьего закон](#). Многочисл. модальные В. и. являются, как правило, расширением классич. В. и. и используют новые связи: «необходимо», «возможно», «доказуемо» и др. (см. [Модальная логика](#)); разновидностью модальных являются временные и динамич. В. и., рассматривающие связи «всегда будет», «вчера», «с тех пор, как» и т. п. Исследуются также многозначные и нечёткие В. и. (см. [Многозначная логика](#)).

Многие виды В. и. тесно связаны с др. типами [формальных систем](#), например лямбда-исчислениями и формальными грамматиками. В. и. играют важную роль в информатике, математич. лингвистике, теории доказательств, теории сложности вычислений.

Литература

Лит.: Клини С. К. Математическая логика. М., 1973; Gabbay D., Guenther F. Handbook of philosophical logic. 2nd ed. Dordrecht; Boston, 2001–2005. Vol. 1–13.