

ВЫПУКЛОСТЬ И ВОГНУТОСТЬ

Авторы: С. А. Теляковский

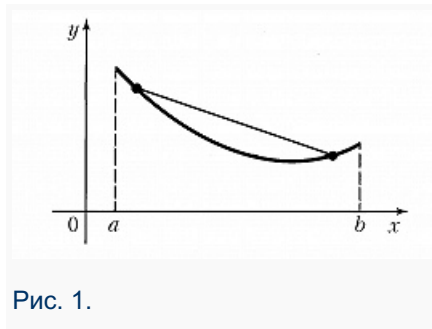


Рис. 1.

выпуклыми вверх.

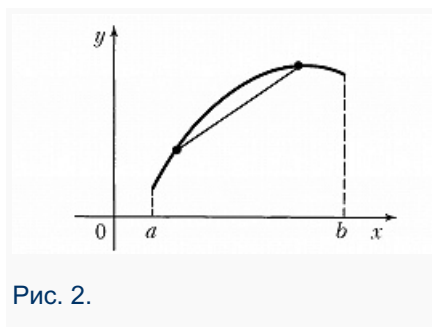


Рис. 2.

ВЫПУКЛОСТЬ И ВОГНУТОСТЬ функции, свойство функции $f(x)$, определённой на некотором промежутке, заключающееся в том, что каждая дуга кривой, являющейся графиком функции $y=f(x)$, лежит не выше или не ниже своей хорды. В случае когда каждая дуга кривой лежит не выше своей хорды, функцию f называют выпуклой (рис. 1), а в случае когда каждая дуга кривой лежит не ниже своей хорды, – вогнутой (рис. 2) на соответствующем промежутке. Используют и др. терминологию, когда выпуклые функции называют выпуклыми вниз, а вогнутые функции –

Если функция $f(x)$ выпукла на отрезке $[a, b]$ или на интервале (a, b) , то в каждой точке $x \in (a, b)$ она непрерывна и имеет односторонние производные справа и слева. Каждая из этих производных является возрастающей функцией. Поэтому выпуклая функция имеет производную на интервале (a, b) всюду, за исключением, может быть, конечного или счётного множества точек. Если на интервале (a, b) функция $f(x)$ имеет вторую производную, то $f(x)$ выпукла тогда и только тогда, когда $f''(x) \geq 0$. В каждой точке графика выпуклой функции можно провести опорную прямую,

т. е. такую прямую, что все точки графика функции лежат выше или на самой прямой.

Вогнутость функции $f(x)$ равносильна выпуклости функции $-f(x)$.

Рассматривается В. и в. функций многих переменных. Выпуклость дважды дифференцируемой функции в области равносильна постоянству знака её второго дифференциала в этой области.

Литература

Лит.: Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. 8-е изд. М.; СПб., 2001; Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. 6-е изд. М., 2001. Т. 1.