



# НЬЮТОНА МЕТОД

**НЬЮТОНА МЕТОД** (метод касательных), метод приближённого решения уравнения  $f(x)=0$  где  $f$  – дифференцируемая функция. Последовательные приближения  $N. м.$  вычисляются по формуле  $x^{k+1}=x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}$ ,  $k=0, 1, 2, \dots$  т. е. каждое следующее приближение  $x^{(k+1)}$  является точкой пересечения касательной к  $f(x)$  в точке  $(x^{(k)}, f(x^{(k)}))$ , связанной с предыдущим приближением, и оси абсцисс.

Если функция  $f$  дважды непрерывно дифференцируема,  $x^*$  – простой корень уравнения (1) и начальное приближение  $x^{(0)}$  лежит достаточно близко к  $x^*$ , то  $N. м.$  обладает квадратичной сходимостью, т. е.  $|x^{(k+1)} - x^*| \leq c|x^{(k)} - x^*|^2$ , где  $c$  – постоянная, зависящая только от функции  $f$  и начального приближения  $x^{(0)}$ .

Часто вместо (2) для решения уравнения (1) применяется т. н. модифицированный  $N. м.$   $x^{k+1}=x^{(k)} - \frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(k)})} f(x^{(k)})$ .

При тех же предположениях, при которых  $N. м.$  имеет квадратичную сходимость, метод (3) имеет линейную сходимость, т. е. сходится со скоростью геометрич. прогрессии со знаменателем, меньшим единицы.

Применительно к решению нелинейного операторного уравнения  $A(u)=0$  с оператором  $A: B_1 \rightarrow B_2$ , где  $B_1 \simeq B_2$  – некоторые банаховы пространства, обобщение (2) называется методом Ньютона – Канторовича. Формулы этого метода имеют вид  $u^{(k+1)}=u^{(k)} - [A'(u^{(k)})]^{-1}A(u^{(k)})$ ,  $k=0, 1, 2, \dots$ , где  $A'(u^{(k)})$  – производная Фреше оператора  $A$  в точке  $u^{(k)}$ , являющаяся обратимым оператором, действующим из  $B_1$  в  $B_2$ . При некоторых предположениях метод Ньютона – Канторовича обладает квадратичной сходимостью, а соответствующий модифицированный метод – линейной сходимостью.

Метод разработан И. [Ньютоном](#) (1669). Один из [безусловной минимизации методов](#) также называется методом Ньютона.

## Литература

Лит.: Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. Г. Численные методы. 7-е изд. М., 2011.