



НЬЮТОНА БИНÓМ

НЬЮТОНА БИНÓМ, формула, выражающая любую целую положительную степень суммы двух слагаемых (бинома) через степени этих слагаемых. Эта формула, иногда называемая разложением бинома, имеет вид $(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1}a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}a^{n-2}b^2 + \dots + \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k}a^{n-k}b^k + \dots + b^n$, (*) или, что то же самое, $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k}b^k$, где n — целое положительное число, $a \neq 0$ и $b \neq 0$ — произвольные числа, величины вычисляются через [факториалы](#) чисел n , k и $n-k$ по формуле $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Частными случаями Н. б. при $n=2$ и $n=3$ являются известные формулы для квадрата и куба суммы $a^2 + 2ab + b^2$ и $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, при $n=4$ $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ и т. д.

Числа C_n^k (иногда они обозначаются $\binom{n}{k}$) называются биномиальными коэффициентами, их можно получить с помощью треугольника Паскаля (арифметич. треугольника, он изучался Б. [Паскалем](#) в 1654, опубл. в 1665). Так называется треугольная числовая таблица, по боковым сторонам которой стоят единицы, а числа внутри таблицы, начиная с третьей строки, получаются сложением двух чисел, стоящих над данным:
$$\begin{matrix} 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (n+1)\text{-я строка} \end{matrix}$$
 $(n+1)$ -я строка даёт биномиальные коэффициенты для разложения бинома $(a+b)^n$. Биномиальные коэффициенты обладают мн. важными свойствами: в каждой строке треугольника Паскаля крайние числа равны единице, числа, равноотстоящие от концов, одинаковы, числа возрастают от краёв к середине, сумма всех чисел, стоящих в $(n+1)$ -й строке, т. е. $\sum_{k=0}^n C_n^k$, равна 2^n ; справедливо равенство $C_n^k = C_n^{n-k}$. Биномиальные коэффициенты участвуют во многих важных формулах, см., напр., [Комбинаторные числа и многочлены](#), [Лейбница формула](#).

Биномиальные коэффициенты участвуют во многих важных формулах, см., напр. [Комбинаторные числа и многочлены](#), [Лейбница формула](#).

Формула Н. б. для целых положительных показателей была известна задолго до И. [Ньютона](#), но им была указана (1664—65) возможность распространения этого разложения на случай дробного или отрицательного показателя (строгое обоснование этого было дано Н. [Абелем](#), 1826). В этом более общем случае формула Н. б. начинается так же, как формула (*); коэффициентом при $a^{n-k}b^k$ является величина $\frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k}$, которая в случае целого положительного

n обращается в нуль при любом $k > n$, вследствие чего формула (*) содержит лишь конечное число слагаемых. В случае же дробного или отрицательного n все коэффициенты бинома отличны от нуля и правая часть формулы является бесконечным рядом. Если $|b| < |a|$, то этот ряд сходится, т. е., взяв достаточно большое число его членов, можно получить величину, сколь угодно близкую к $(a+b)^n$.

Processing math: 0%