



МУАВРА – ЛАПЛАСА ТЕОРЕМА

Авторы: Н. Г. Гамкрелидзе

МУАВРА – ЛАПЛАСА ТЕОРЕМА, исторически одна из первых [предельных теорем](#) теории вероятностей. Пусть S_n – число успехов в n испытаниях Бернулли (т. е. в независимых испытаниях с двумя исходами, один из которых называется успехом) с вероятностью успеха p , $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, тогда для вероятности

$$P\{S_n = m\} = C_n^m p^m q^{n-m}, 0 \leq m \leq n,$$

m – целое, справедливо равенство

$$P\{S_n = m\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-x^2/2} (1 + \alpha_n), \quad (*)$$

где

$\alpha_n \rightarrow 0$ при

$n \rightarrow \infty$ равномерно для всех

m , для которых

$x = (m - np)/\sqrt{npq}$ принадлежит к.-л. конечному интервалу. Из равномерных нормальных аппроксимаций

[биномиального распределения](#) наиболее сильным является следующее приближение:

$$P\{S_n = m\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-x^2/2} \left[1 + \frac{(q-p)(x^3 - 3x)}{6\sqrt{npq}} \right] + \Delta,$$

где

$$|\Delta| < \frac{0,15 + 0,25|p - q|}{(npq)^{3/2}} + e^{-3\sqrt{npq}/2}$$

при условии, что

$npq \geq 25$.

А. де [Муавр](#) доказал теорему в общем виде в работе «A Method of approximating the Sum of the Terms of the Binomial

$(a + b)^n$ expended into a Series, from whence are deduced some practical Rules to estimate the Degree of Assent which is to be given to Experiments» (1733). П. [Лаплас](#) заново доказал теорему Муавра (1812).

Представление (*) принято называть локальной М. – Л. т. в отличие от интегральной М. – Л. т., которая может быть получена как следствие первой:

$$\sum \mathbf{P}\{S_n = m : a < x < b\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx (1 + \alpha_n).$$

Литература

Лит.: Laplace *P. S.* Théorie analytique des probabilités. Р., 1812. Р., 1967; Шейнин О. Б. К истории предельных теорем Муавра – Лапласа // История и методология естественных наук. М., 1970. Вып. 9; Бернулли Я. О законе больших чисел. М., 1986.

Processing math: 100%