



# МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ТЕОРИЯ

Авторы: Ю. К. Беляев

МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ТЕОРИЯ, раздел теории вероятностей, изучающий потоки требований, поступающие в системы обслуживания и выходящие из них, длительности ожидания начала обслуживания, длины очередей и др. характеристики систем обслуживания. Целью исследований является рациональный выбор структуры системы и процесса обслуживания. Мн. реально протекающие процессы обслуживания на транспорте, в торговле, медицине и т. д. можно изучать, исходя из соответствующих им математич. моделей систем обслуживания. Стимулом развития М. о. т. в 1920-х гг. послужило создание систем телефонной связи и необходимость расчёта их пропускной способности. С 1970-х гг. в М. о. т. разрабатываются методы анализа и оптимизации процессов обслуживания с использованием ЭВМ.

В большинстве задач М. о. т. предполагается, что входящий поток требований является случайным, т. е. последовательность

$\{t_j\}_{j \geq 1}$  моментов времени поступления требований на обслуживание рассматривается как последовательность случайных величин. Требования характеризуются длительностью обслуживания и могут относиться к одному или нескольким классам. Принадлежность требований к определённым классам может служить основанием для приоритетного обслуживания. Требования, имеющие абсолютный приоритет, обслуживаются в первую очередь, при их поступлении в систему обслуживания прерывается обслуживание требований с низшим приоритетом. Напр., абсолютный приоритет имеют некоторые виды отказов в вычислительных устройствах, «обслуживание» таких «требований» состоит в их выявлении и устранении.

Часто в качестве приближения принимается, что входящий в систему обслуживания поток требований является пуассоновским процессом с постоянной интенсивностью

$\lambda$ , т. е. неотрицательные случайные величины

$t_{j+1} - t_j, j = 1, 2, \dots$ , являются независимыми случайными величинами с экспоненциальной функцией распределения

$$1 - e^{-\lambda t}, t > 0, \text{ где}$$

$\lambda$  – интенсивность потока, равная ср. числу требований, поступающих в систему обслуживания в единицу времени. Продолжительности обслуживания предполагаются взаимно независимыми случайными величинами с функцией распределения

$G(t)$ , имеющей конечное среднее значение

$m$ . Система обслуживания обычно может быть представлена в виде набора устройств (каналов) обслуживания.

Если все каналы заняты обслуживанием, то вновь поступающие требования накапливаются и могут образовывать очереди (иногда М. о. т. называют теорией очередей). Движение очереди может быть организовано по-разному: напр., в порядке поступления, что типично для мн. процессов обслуживания в торговле, или в обратном порядке: «пришёл последним – обслуживаешься первым», что типично для некоторых вычислит. систем.

Примером системы обслуживания является система, состоящая из одного обслуживающего устройства, в которую поступает пуассоновский поток требований интенсивности

$\lambda$ , функция распределения длительности обслуживания имеет вид

$$G(t) = 1 - e^{-\mu t},$$

$$t > 0,$$

$\mu = 1/m$ , требования образуют очередь в порядке поступления, ограничений на длину очереди нет. Если коэф. загрузки

$\rho = \lambda/\mu < 1$ , то такая система работает в стационарном режиме, т. е. её вероятностные характеристики постоянны во времени. Очередь с вероятностью 1 конечна, её ср. длина равна

$\rho/(1 - \rho)$ . Вероятность застать в момент поступления очередь длины

$k$  равна

$(1 - \rho)\rho^k$ ,  $k = 0, 1, \dots$ , случайное время ожидания начала обслуживания имеет функцию распределения

$$W(t) = 1 - \rho \exp\{-\mu(1 - \rho)t\}, \quad t > 0.$$

Расчёт характеристик системы обслуживания существенно усложняется, если функция распределения

$G(t)$  отлична от приведённой выше. Стационарный режим возможен при ограничении

$\rho = \lambda m < 1$ . Ср. длина очереди в момент окончания обслуживания очередного требования равна

$$\rho + \frac{\lambda^2 m_2}{2(1 - \rho)},$$

где

$m_2$  – второй момент функции распределения

$G(t)$ . Для общей одноканальной системы обслуживания справедлива формула, по которой ср. длина очереди в стационарном режиме равна произведению интенсивности входящего потока на ср. время пребывания требования в системе.

Для мн. систем обслуживания не удаётся получить явные аналитич. выражения для их характеристик. Поэтому в М. о. т. большое внимание уделяется асимптотич. методам анализа систем обслуживания, анализу устойчивости стационарных характеристик при малых изменениях

$G(t)$  и т. п. При асимптотич. анализе выделяются два предельных случая: малой нагрузки (быстрого обслуживания), когда

$\rho \rightarrow 0$ , и большой нагрузки, когда

$\rho \rightarrow 1$ .

В М. о. т. актуальными являются задачи расчёта сетей, состоящих из систем обслуживания. Такого рода задачи возникают при расчёте систем связи с большой пропускной способностью, управляемых ЭВМ, а также при анализе вычислит. систем коллективного пользования. В таких системах обслуживания возможна реализация разнообразных дисциплин обслуживания, среди которых – т. н. дисциплина разделения времени. При такой дисциплине возможно одновременное обслуживание мн. требований одним обслуживающим устройством (напр., процессором ЭВМ). Однако скорость обслуживания при дисциплине разделения времени уменьшается обратно пропорционально числу одновременно обслуживаемых требований.

В М. о. т. разрабатываются общие методы расчёта систем обслуживания. В основу некоторых методов положена

идея представления процесса изменения состояний системы обслуживания как [марковского процесса](#) с дискретным или непрерывным множеством состояний. В простейших случаях вероятности состояний систем обслуживания находятся как решения конечных или бесконечных систем линейных уравнений. Более широкий класс систем обслуживания описывается системами смешанного типа – интегродифференциальными уравнениями с частными производными. Показатели качества работы мн. систем обслуживания находят на основе статистич. моделирования ([Монте-Карло метода](#)). Наряду с общими методами в М. о. т. используются методы, связанные со спецификой конкретных систем обслуживания, применимые лишь к частным задачам.

## Литература

Лит.: Боровков А. А. Асимптотические методы в теории массового обслуживания. М., 1980; Ивченко Г. И., Каштанов В. А., Коваленко И. Н. Теория массового обслуживания. М., 1982; Gnedenko B. W., König D. Handbuch der Bedienungstheorie. В., 1983–1984. Bd 1–2; Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. 4-е изд. М., 2007; Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. 4-е изд. М., 2010.

Processing math: 100%