



МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ МЕТОД

Авторы: А. В. Прохоров

МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ МЕТОД, метод нахождения статистич. оценок неизвестных параметров распределения случайной величины X , согласно которому в качестве оценок выбираются те значения параметров, при которых данные результаты наблюдений в некотором смысле «наиболее вероятны». Обычно предполагается, что результаты наблюдений X_1, \dots, X_n над X являются взаимно независимыми случайными величинами с одним и тем же распределением вероятностей, зависящим от неизвестного параметра θ из известного множества допустимых значений. Для придания точного смысла выражению «наиболее вероятны» поступают следующим образом. Вводят функцию от переменных x_1, \dots, x_n и θ $L(x_1, \dots, x_n; \theta) = p(x_1; \theta) \dots p(x_n; \theta)$,

где $p(x; \theta)$ в случае непрерывного распределения вероятностей случайной величины X — плотность этого распределения, а в дискретном случае — вероятность того, что X принимает значение x . Функцию $L(X_1, \dots, X_n; \theta)$ от случайных величин X_1, \dots, X_n , рассматриваемую как функцию параметра θ , называют функцией правдоподобия, а оценкой макс. правдоподобия параметра θ называют такое значение $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ (являющееся случайной величиной), при котором функция правдоподобия достигает наибольшего значения. Т. к. точка максимума для $\ln L$ та же, что и для L , в качестве оценки макс. правдоподобия выбирают решение $\hat{\theta}$ т. н. уравнения правдоподобия $\frac{d \ln L(X_1, \dots, X_n; \theta)}{d\theta} = 0$

М. п. м. в достаточно широком круге практически важных случаев является в известном смысле наилучшим. Так, напр., если для параметра θ существует несмещённая эффективная оценка θ^* (см. [Статистическая оценка](#)) по выборке объёма n , то уравнение правдоподобия имеет единственное решение $\hat{\theta} = \theta^*$. Об асимптотич. поведении оценок макс. правдоподобия при больших n известно, что при некоторых общих условиях М. п. м. приводит к несмещённым оценкам, которые асимптотически нормальны и асимптотически эффективны.

Данный подход обобщается на случай нескольких неизвестных параметров и на случай выборок из многомерных распределений. М. п. м. в его совр. виде был предложен Роналдом Э. [Фишером](#) (1912), однако в частных случаях метод использовался К. [Гауссом](#), а в 18 в. подходы к идее этого метода встречались у И. [Ламберта](#) и Д. [Бернулли](#).

Литература

Лит.: Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применения. М., 1968; Худсон Д. Статистика для физиков. 2-е изд. М., 1970; Крамер Г. Математические методы статистики. 2-е изд. М., 1975.