



МАЖОРА́НТА И МИНОРА́НТА

МАЖОРА́НТА И МИНОРА́НТА, две функции, значения первой из которых не меньше, а второй не больше соответствующих значений данной функции (при всех рассматриваемых значениях независимой переменной). Напр., функция $f(x)=x$ для $x \geq -1$ является мажорантой функции $g(x)=\ln(1+x)$, т. к. $x \geq \ln(1+x)$ для всех значений $x \geq -1$.

Для функций, представимых степенными рядами, термину «мажоранта» часто придают более спец. смысл, понимая под мажорантой сумму степенного ряда с положительными коэффициентами, которые не меньше абсолютных величин соответствующих коэффициентов данного ряда. Если $f_1(x)$ — мажоранта в этом смысле функции $g(x)$, то пишут $f_1(x) \geq g(x)$. Напр., $x/(1-x) \geq \ln(1+x)$, т. к. $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots$, $\frac{x}{1-x} = x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots$

В этом смысле $f(x)=x$ уже не является мажорантой функции $\ln(1+x)$. Мажоранты степенных рядов широко применяются в теории дифференциальных уравнений. Так, на использовании мажорант основан метод приближённого решения дифференциальных уравнений, предложенный в 1919 С. А. [Чаплыгиным](#).

Рассматриваются также М. им. семейства функций, когда соответствующие оценки имеют место для всех функций этого семейства.

Если интегрируемые функции $f_n(x)$, $n=1, 2, \dots$, имеют предел $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x)$ и существует интегрируемая мажоранта $|f_n(x)| \geq g(x)$, $n=1, 2, \dots$, то можно переходить к пределу под знаком интеграла, т. е. $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$.

Processing math: 0%