



ЛАГÉРРА МНОГОЧЛÉНЫ

Авторы: П. К. Суетин

ЛАГÉРРА МНОГОЧЛÉНЫ (Чебышева – Лагерра многочлены), многочлены, ортогональные на интервале $(0, \infty)$ с весовой функцией

$h(x) = x^\alpha e^{-x}$, где

$\alpha > -1$. Л. м. определяются формулой

$$L_n = (x; \alpha) = (-1)^n \frac{x^{-\alpha} e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^{\alpha+n} e^{-x}), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

При

$\alpha = 0$ Л. м. впервые встречаются у Ж. [Лагранжа](#) (1788). Начало систематич. изучению этих многочленов положил П. Л. [Чебышев](#) (1859), первая работа Э. Лагерра относится к 1879 году. При $\alpha > -1$ многочлены рассматривал Ю. В. [Сохотский](#) (1873).

Если функция

$f(x)$ непрерывно дифференцируема на интервале

$(0, \infty)$, интегрируема на этом интервале с весом

$h(x) = x^\alpha e^{-x}$, то при некоторых дополнительных условиях эта функция разлагается в ряд Фурье по Л. м., то есть

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\alpha) L_n(x; \alpha), \quad x \in (0, \infty)$$

где коэффициенты Фурье – Лагерра определяются формулой

$$a_n(\alpha) = \frac{n!}{\Gamma(n + \alpha + 1)} \int_0^{\infty} x^\alpha e^{-x} f(x) L_n(x; \alpha) dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Л. м. применяются в вычислит. математике и математич. физике.

Литература

Лит.: Локуциевский О. В., Гавриков М. Б. Начала численного анализа. М., 1995; Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены. 3-е изд. М., 2007.