



КОРРЕЛЯЦИИ КОЭФФИЦИЕНТ

Авторы: А. В. Прохоров

КОРРЕЛЯЦИИ КОЭФФИЦИЕНТ, числовая характеристика совместного распределения двух *случайных величин*, характеризующая их взаимосвязь. К. к. $\rho = \rho(X, Y)$ для случайных величин X и Y с математич. ожиданиями $a_X = \text{E}X$ и $a_Y = \text{E}Y$ и ненулевыми дисперсиями $\sigma_X^2 = \text{D}X$ и $\sigma_Y^2 = \text{D}Y$ определяется равенством $\rho(X, Y) = \frac{\text{E}\{(X - a_X)(Y - a_Y)\}}{\sigma_X \sigma_Y}$. К. к. для X и Y совпадает с *ковариацией* для величин $(X - a_X)/\sigma_X$ и $(Y - a_Y)/\sigma_Y$, называемых нормированными. К. к. симметричен относительно X и Y и инвариантен относительно изменения начала отсчёта и масштаба, т. е. $\rho(X, Y) = \rho(Y, X)$, и для любых чисел $b_1, b_2 > 0, -\infty < c_1, c_2 < \infty$ справедливо равенство $\rho(b_1 X + c_1, b_2 Y + c_2) = \rho(X, Y)$. Абсолютная величина К. к. не превосходит единицы. К. к. обладает следующими свойствами, характеризующими взаимосвязь случайных величин X и Y :

если величины X и Y независимы, то $\rho(X, Y) = 0$ (обратное утверждение в общем случае неверно), о величинах, для которых $\rho(X, Y) = 0$, говорят, что они некоррелированы;

$|\rho(X, Y)| = 1$ тогда и только тогда, когда величины X и Y связаны линейной функциональной зависимостью.

Трудность интерпретации К. к. как меры взаимосвязи заключается в том, что равенство $\rho(X, Y) = 0$ может иметь место и для зависимых случайных величин, в общем случае для независимости X и Y необходимо и достаточно равенство нулю их макс. К. к., который определяется как точная верхняя грань (по функциям φ и ψ) К. к. между случайными величинами $\varphi(X)$ и $\psi(Y)$. Однако вычисление макс. К. к. представляет собой сложную задачу. Т. о., К. к. не исчерпывает все виды зависимости между случайными величинами, он является лишь мерой их линейной связи. Эта линейная связь характеризуется следующим образом: величина $\hat{Y} = \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (X - a_X) + a_Y$ даёт линейное приближение Y с помощью X , наилучшее в том смысле, что $\text{E}\{(Y - \hat{Y})^2\} = \min_{\text{limits}_{c,d}} \text{E}\{(Y - cX - d)^2\}$ (см. также *Регрессионный анализ*).

Processing math: 0%