КО́РЕНЬ

КО́РЕНЬ в математике, 1) степени n из числа a, число x такое, что $x^n=a$. Действие нахождения корня называется *извлечением корня*. В области действительных чисел существует ровно один К. нечётной степени из любого действительного числа, причём К. из положительного числа положителен, а из отрицательного отрицателен. К. чётной степени из положительного числа имеет два значения, равные по абсолютной величине и противоположные по знаку. К. чётной степени из отрицательного числа в области действительных чисел не существует, потому что чётная степень любого действительного числа положительна. Положительный К. степени n из положительного числа a называется арифметич. К. и обозначается $\sqrt[n]a$ (при $n=2$). Второй, отрицательный К., существующий при чётном n, обозначается $–\sqrt[n]a$. Если же рассматриваются оба значения К., то перед знаком радикала ставится двойной знак, напр. $\sqrt 4=±2$. В этом случае говорят об алгебраич. значениях К. Существует ровно один арифметич. К. данной степени из данного положительного числа. Для числа 0 существует ровно один К. любой степени и он равен 0.

В области комплексных чисел при $a≠0$ существует n разл. К. степени n. Напр., значениями $\sqrt[3]8$ являются числа 2, $-1+i\sqrt3$, $-1-i\sqrt3$, , где i – мнимая единица. К. степени n из единицы, т. е. решение уравнения $x^n=1$, можно записать в виде $\sqrt[n]1=\cos\frac{2\pi k}{n}+i\sin\frac{2\pi k}{n}, k=0,1,\ldots,n-1$.Формулу для корней n-й степени из любого комплексного числа $z=r(\cos φ+i\sin φ),\,r>0,\, 0⩽φ<2π$, см. в ст. *Комплексное число*. Все эти К. находятся на комплексной плоскости в вершинах правильного n-угольника с центром в точке нуль, одна из вершин которого находится в точке $\sqrt[n]r(\cos (φ/n)+i\sin(φ/n))$.

К нахождению К. математиков древности приводили разл. геометрич. задачи. Среди вавилонских клинописных текстов (2-е тыс. до н. э.) имеются описания приближённого нахождения К. и таблицы квадратных К., а в егип. папирусах встречается и особый знак для извлечения К. Др.-греч. математики установили несоизмеримость стороны квадрата с его диагональю (равной $a\sqrt2$, если a – его сторона), что позднее привело к открытию иррациональных чисел. Инд. учёный Ариабхата (5 в. н. э.) описал правила для извлечения квадратных и кубич. корней. *Омар Хайям*, араб. учёный аль-Каши (15 в.), нем. математик М. Штифель (16 в.) извлекали К. высших степеней, исходя из формулы для $(a+b)^n$. Л. *Эйлер* дал сохранившие своё значение до наших дней приближённые способы извлечения К. Квадратные К. из отрицательных чисел, встречавшиеся у Дж. *Кардано* и итал. математика Р. Бомбелли в 16 в., привели к открытию комплексных чисел. Об истории знака для К. см. в ст. *Математические знаки*.

2) К. алгебраич. уравнения $a_0x^n+a_1x^{n–1}+\ldots+a_n=0$ – число c, которое при подстановке его вместо x обращает левую часть уравнения в нуль. К. этого уравнения называется также корнем многочлена $f_n(x)=a_0x^n+a_1x^{n–1}+\ldots+a_n$..

Если число c является К. многочлена $f_n(x)$, то $f_n(x)$ делится без остатка на $x-c$. См. также *Алгебраическое уравнение*.