



# КОНТИ́НУУМА ПРОБЛЕ́МА

---

КОНТИ́НУУМА ПРОБЛЕ́МА, задача, состоящая в том, чтобы доказать или опровергнуть средствами теории множеств следующее утверждение, называемое континуум-гипотезой, которое можно сформулировать следующим образом: мощность континуума есть первая мощность, превосходящая мощность множества всех натуральных чисел. Обобщённая континуум-гипотеза утверждает, что для любого множества  $\mathfrak{P}$  первая мощность, превосходящая мощность этого множества, есть мощность множества всех подмножеств множества  $\mathfrak{P}$ .

Континуум-гипотеза была высказана Г. *Кантором* в кон. 1870-х гг. Многочисл. попытки её доказательства, предпринятые самим Кантором и др. математиками в кон. 19 – нач. 20 вв., оказались безуспешными, что привело ряд учёных (франц. математик Р. Бэр, А. *Лебег*, Н. Н. *Лузин* и др.) к убеждению, что К. п. не может быть решена традиц. средствами теории множеств. Это убеждение было подтверждено методами математич. логики и *аксиоматической теории множеств*. В 1936 К. *Гёдель* доказал, что обобщённая континуум-гипотеза совместна с одной естественной системой аксиоматич. теории множеств и, следовательно, не может быть опровергнута традиц. средствами. В 1963 П. *Козн* доказал, что отрицание континуум-гипотезы совместно с этой системой, так что континуум-гипотезу невозможно ни доказать, ни опровергнуть с помощью обычных методов теории множеств. Последователи Коэна затем получили ряд результатов о роли континуум-гипотезы и обобщённой континуум-гипотезы и их связи с др. теоретико-множественными принципами.

## Литература

Лит.: Коэн П. Дж. Теория множеств и континуум-гипотеза. М., 1969; Манин Ю. И. Доказуемое и недоказуемое. М., 1979.