



ИСЧИСЛЕНИЕ

Авторы: С. И. Адян, Л. Д. Беклемишев

ИСЧИСЛЕНИЕ в математике, 1) составная часть названия некоторых разделов математики, напр. [вариационное исчисление](#), [дифференциальное исчисление](#).

2) В математич. логике и теории алгоритмов способ задания того или иного множества объектов путём указания исходных объектов и правил вывода, порождающих новые объекты из исходных и уже построенных; синонимами И. являются [формальная система](#) и дедуктивная система. Общее понятие И. имеет столь же фундам. характер, как и понятие [алгоритма](#), в частности, класс множеств, которые могут быть заданы с помощью И., совпадает с классом алгоритмически перечислимых множеств.

Спец. виды И. широко используются в математике для задания алгебраич. систем (групп, полугрупп и др.), в [математической лингвистике](#) – для описания [грамматик формальных](#), в информатике – для описания синтаксиса [языков программирования](#), и т. д. В математич. логике И. используют для описания логич. языков и формальных аксиоматич. теорий (напр., таких как [высказываний исчисление](#), [предикатов исчисление](#), формальная арифметика). Логич. системы И., разработанные Г. [Фреге](#) и Д. [Гильбертом](#), были первыми примерами полностью формализов. дедуктивных систем.

Логич. И., как правило, определяются следующим образом. Рассматривается некоторый алфавит, из элементов которого, называемых символами, с помощью т. н. правил образования строятся [формулы](#) рассматриваемого И. Языком данного И. называют совокупность всех его формул; некоторые из формул объявляются [аксиомами](#). [Выводом](#) (или [доказательством](#)) в данном И. называют конечную последовательность формул, всякий элемент которой либо является аксиомой, либо получается из предшествующих ему элементов по одному из правил вывода. Формулы, входящие в некоторый вывод, называют выводимыми формулами или теоремами данного И. Для логич. И. указанного типа часто используется термин «формальная (аксиоматическая) теория». Иногда этот термин относят не только к чисто синтаксич. И., описывающему формальный процесс порождения определённых цепочек символов, но и к И., снабжённому семантикой, т. е. интерпретацией, определяющей смысл формул рассматриваемого языка (см. также [Логическая семантика](#)).

Литература

Лит.: Клини С. К. Введение в метаматематику. М., 1957; Новиков П. С. Элементы математической логики. 2-е изд. М., 1973; Смальян Р. Теория формальных систем. М., 1981; Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М., 1984.