



ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКОЕ НЕРАВЕНСТВО

ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКОЕ НЕРАВЕНСТВО, неравенство между объёмом V области в евклидовом пространстве E^n , $n \geq 2$, и $(n-1)$ -мерной площадью F гиперповерхности, ограничивающей эту область: $n^n v_n V^{n-1} \leq F^n$, где v_n – объём единичного n -мерного шара. Так, напр., $4\pi S \leq F^2$, где S – площадь, а F – периметр плоской области. Равенство имеет место только для n -мерного шара. Для $n=2$ и $n=3$ И. н. известно с глубокой древности, оно даёт решение простейших изопериметрич. задач: на плоскости среди всех кривых заданной длины найти такую, которая ограничивает макс. площадь, и в трёхмерном пространстве среди всех поверхностей заданной площади найти такую, которая ограничивает макс. объём. Решением первой из этих задач является окружность, а второй – сфера. Строгое доказательство И. н. для $n=2$ дано нем. учёным Ф. Эдлером (1882), для $n=3$ – Г. Шварцем (1890) и для всех $n \geq 2$ – Л. А. Люстерником (1935).

Литература

Лит.: Хадвигер Г. Лекции об объеме, площади поверхности и изопериметрии. М., 1966; Бураго Ю. Д. Неравенства изопериметрического типа в теории поверхностей ограниченной внешней кривизны. Л., 1968; Поля Г., Сеге Г. Изопериметрические неравенства в математической физике. 2-е изд. М., 2006.