



ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Авторы: В. Б. Кудрявцев

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА, раздел математики, изучающий свойства дискретных структур, которые возникают как в самой математике, так и в её приложениях. При этом дискретными структурами называются объекты, для которых важнейшие характеристики принимают конечное или счётное число значений. К числу таких структур относятся, напр., конечные группы, конечные графы, некоторые математич. модели преобразователей информации, конечные автоматы, *Тьюринга машины*. Это примеры структур финитного (конечного) характера. Часть Д. м., изучающая их, иногда называется конечной математикой. Помимо финитных структур, Д. м. изучает также дискретные бесконечные структуры (напр., бесконечные алгебраич. системы, бесконечные графы, бесконечные автоматы).

Предмет и методы дискретной математики

Значит. часть классич. математики занимается изучением свойств объектов непрерывного характера. Использование дискретной или непрерывной модели изучаемого объекта связано как с самим объектом, так и с тем, какие задачи ставит перед собой исследователь. Само деление математики на Д. м. и математику, занимающуюся непрерывными моделями, в значит. мере условно, поскольку, с одной стороны, происходит обмен идеями и методами между ними, а с другой – часто возникает необходимость исследования моделей, обладающих как дискретными, так и непрерывными свойствами одновременно. В математике существуют разделы, использующие средства Д. м. для изучения непрерывных моделей (напр., *алгебраическая геометрия*), и наоборот, часто методы, развитые для анализа непрерывных моделей, используются при изучении дискретных структур (напр., *асимптотические методы* в теории чисел, в перечислительных задачах комбинаторики). Однако специфика мн. разделов Д. м. связана с необходимостью отказа от таких фундам. понятий классич. математики, как предел и непрерывность, в связи с чем для мн. задач Д. м. некоторые методы классич. математики оказываются неприменимыми.

Наряду с выделением Д. м. путём указания её предмета можно также описать Д. м. перечислением составляющих её частей. К ним относятся *комбинаторный анализ*, *графов теория*, теория *кодирования*, теория *функциональных систем*, теория *управляющих систем*, *автоматов теория*, *алгоритмов теория*. При более широком толковании к Д. м. могут быть отнесены как целые разделы математики, напр. математич. логика, так и части таких разделов, как теория чисел, алгебра, вычислительная математика, теория вероятностей, в которых изучаемые объекты имеют дискретный характер.

Исторический очерк

Элементы Д. м. возникли в глубокой древности; развиваясь параллельно с др. разделами математики, они являлись их составной частью. Типичными были задачи, связанные со свойствами целых чисел, позднее эти задачи привели к созданию теории чисел. Примеры таких задач: отыскание алгоритмов сложения и умножения

натуральных чисел у древних египтян, вопросы делимости натуральных чисел и задачи суммирования в пифагорейской школе, а в более позднее время – вопросы, связанные с разрешимостью уравнений в целых числах. Этот этап развития Д. м. связан с именами [Диофанта](#), [Евклида](#), [Пифагора](#) и [Эратосфена](#). В 17–18 вв., в осн. в связи с игровыми задачами, появились элементы комбинаторного анализа и дискретной теории вероятностей, а в связи с общими проблемами теории чисел, алгебры и геометрии в 18–19 вв. возникли такие важнейшие понятия алгебры, как группа, поле, кольцо, определившие дальнейшее развитие и содержание алгебры и имевшие, по существу, дискретную природу. На протяжении 17–19 вв. развитие Д. м. связано с именами Н. [Абеля](#), Э. [Варинга](#), У. [Гамильтона](#), Э. [Галуа](#), А. [Кэли](#), Ж. [Лагранжа](#), А. [Лежандра](#), П. [Ферма](#), Л. [Эйлера](#). В 19–20 вв. стремление к строгости математич. рассуждений и анализ методов математики привели к выделению ещё одного раздела – математич. логики. В это время проблемами Д. м. занимались Л. [Брауэр](#), Дж. [Буль](#), Н. [Винер](#), К. [Гёдель](#), Д. [Гильберт](#), А. [Чёрч](#), К. [Шеннон](#). В создании рос. школы Д. м. участвовали И. М. [Виноградов](#), А. Н. [Колмогоров](#), О. Б. [Лупанов](#) и С. В. [Яблонский](#).

Современные задачи дискретной математики

В 20 в. развитие Д. м. определялось гл. обр. запросами практики. Возникла новая наука – [кибернетика](#) и её теоретич. часть – математич. кибернетика, изучающая математич. методами разнообразные проблемы, которые ставит перед кибернетикой практич. деятельность человека. Математич. кибернетика является поставщиком идей и задач Д. м. Так, прикладные вопросы, требующие больших вычислений, стимулировали появление и развитие численных методов решения задач, что привело к созданию вычислительной математики. Анализ понятий «вычислимость» и «алгоритм» привёл к созданию теории алгоритмов. Задачи хранения, обработки и передачи информации способствовали возникновению [информации теории](#), теории кодирования и теоретич. [криптографии](#). Экономич. задачи, задачи электротехники, равно как и внутренние проблемы математики, потребовали развития теории графов. Задачи описания работы и конструирования сложных управляющих систем составили предмет теории управляющих систем и теории автоматов.

Одна из особенностей Д. м. состоит в том, что вместе с задачами типа задач существования, имеющими общематематич. характер, важное место в Д. м. занимают задачи, связанные с алгоритмич. разрешимостью и построением конкретных решающих алгоритмов. Др. особенностью Д. м. является то, что в ней впервые начались исследования т. н. дискретных многоэкстремальных задач. Соответствующие методы поиска экстремумов, использующие гладкость функций, в этих случаях оказываются неприменимыми. Типичными задачами такого рода в Д. м. являются, напр., задачи отыскания в некотором смысле оптимальных стратегий в шахматах, а также задачи построения минимальных дизъюнктивных нормальных форм для [булевых функций](#) (см. также [Алгебра логики](#)).

Особенностью Д. м., связанной с задачами для конечных структур, является то, что для многих из них существуют алгоритмы решения, в то время как для задач с элементами непрерывности, как правило, полное решение возможно лишь при весьма жёстких ограничениях. Примером такого алгоритма может служить алгоритм просмотра всех возможных вариантов, т. е. алгоритм полного перебора. К задачам, в которых может быть применён алгоритм полного перебора, относятся упомянутые задачи о стратегиях в шахматной партии с ограниченным числом ходов и о минимизации дизъюнктивных нормальных форм для булевых функций. Алгоритмы полного перебора трудоёмки и часто не могут быть реализованы на практике, в связи с чем возникает ряд задач, связанных с нахождением условий, ограничивающих перебор.

Литература

Лит.: Кемени Дж., Снелл Дж., Томпсон Дж. Введение в конечную математику. 2-е изд. М., 1965; Кудрявцев В. Б. Функциональные системы. М., 1982; Кудрявцев В. Б., Алешин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов. М., 1985; Гашков С. Б., Чубариков В. Н. Арифметика. Алгоритмы. Сложность вычислений. 2-е изд. М., 2000; Кнут Д. Искусство программирования: В 3 т. 3-е изд. М., 2000; Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. 4-е изд. М., 2006.