



# ГРІНА ФОРМУЛЫ

ГРІНА ФОРМУЛЫ, формулы интегрального исчисления функций мн. переменных, связывающие интегралы по области и по границе этой области. Простейшая Г. ф. выражает двойной интеграл по области  $G$  через криволинейный интеграл по границе  $C$  области  $G$  и имеет вид  $\iint_G \left( \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_C (P dx + Q dy)$  где функции  $P$  и  $Q$  интегрируемы вместе со своими производными  $\frac{\partial Q}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial P}{\partial y}$ , ориентация на  $C$  задаётся обходом против часовой стрелки. Эта формула была известна ещё Л. [Эйлеру](#) (1771). Две следующие Г. ф. впервые опубликованы Дж. [Грином](#) в 1828 в связи с исследованиями по теории потенциала: при достаточно широких условиях на функции  $u$  и  $v$   $\iiint_G \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} \right) dx dy dz = \iint_S \frac{\partial u}{\partial n} \frac{\partial v}{\partial n} d\sigma - \iint_{\Delta G} \frac{\partial u}{\partial n} \frac{\partial v}{\partial n} d\sigma$  (т. н. первая или предварительная Г. ф.) и  $\iiint_G (u \Delta v - v \Delta u) dx dy dz = \iint_S \left( u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) d\sigma$  (т. н. вторая Г. ф.). Здесь  $G$  – область трёхмерного пространства, поверхность  $S$  – граница этой области,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа,  $\frac{\partial u}{\partial n}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial n}$  – производные по направлению внешней нормали к  $S$ ,  $d\sigma$  – элемент поверхности  $S$ , интеграл берётся по внешней стороне  $S$ . См. также [Остроградского формула](#), [Стокса формула](#).

Loading [MathJax]/jax/element/mml/optable/MathOperators.js