



ВОЗМУЩЕНИЙ ТЕОРИЯ

Авторы: Д. В. Аносов

ВОЗМУЩЕНИЙ ТЕОРИЯ, общее название комплекса методов исследования разл. задач. В. т. применяется в тех случаях, когда при исследовании физич. (в широком смысле) процесса (напр., движения планет Солнечной системы) установлены математич. соотношения (напр., дифференциальные уравнения), которым удовлетворяют характеристики изучаемого процесса (напр., координаты планет), причём эти соотношения содержат малый параметр ε (или несколько таких параметров), и при $\varepsilon = 0$ система этих соотношений допускает достаточно простое решение. Истинное поведение изучаемого процесса рассматривается как «возмущение» процесса, соответствующего значению $\varepsilon = 0$. Задача В. т. состоит в том, чтобы, отправляясь от известных результатов для $\varepsilon = 0$, найти поправки к ним, которые позволяют с достаточной точностью определить значения изучаемых величин и при ненулевых, хотя и малых, значениях ε .

Напр., для планет Солнечной системы параметры ε характеризуют малость взаимного притяжения планет по сравнению с их притяжением Солнцем. При $\varepsilon = 0$ учитывается только притяжение планет Солнцем, так что их движение описывается [Кеплера законами](#). С привлечением В. т. более точное описание движения планет может быть получено с учётом влияния взаимного притяжения всех или наиболее крупных планет.

Общая схема применения В. т. по-разному конкретизируется в разл. задачах. В самом широком плане осн. часть В. т. распадается на В. т. для дифференциальных уравнений (напр., упомянутая задача о планетах) и на В. т. для операторов в функциональном анализе (напр., ряд задач квантовой механики). Вне этих рамок (хотя и в идейной связи с осн. частью В. т.) находятся применения своеобразных вариантов В. т. в статистич. физике и квантовой теории поля. Имеются также пограничные области, отнесение которых к В. т. зависит от конкретного содержания, вкладываемого в это понятие.

Во многих случаях вычисляемые величины могут быть представлены в виде ряда по степеням ε , что может быть сделано сравнительно несложно. Однако такой прямой подход даже в простых задачах может быть неадекватным в том смысле, что полученный результат может не отражать специфики явления. Пусть, напр., изучается колебание, характеризуемое некоторой величиной x , периодически изменяющейся со временем t по закону $x = \sin \omega t$, причём зависимость частоты ω от ε выражается

степенным рядом $\omega = \omega_0 + \omega_1 \varepsilon + \omega_2 \varepsilon^2 + \dots$. При прямом подходе получается, что

$$x = \sin \omega_0 t + \varepsilon \omega_1 t \cos \omega_0 t + \varepsilon^2 (\omega_2 t \cos \omega_0 t - \omega_1^2 t^2 \sin \omega_0 t) + \dots$$

Эта формула не отражает периодичности функции $x(t)$ и даже может создаться впечатление, будто с ростом t величина $x(t)$ может стать очень большой. Поэтому при применении В. т. приходится использовать другие (не прямые) подходы, при которых тем или иным способом учитывается возможность изменения частоты колебаний, но сохраняется колебательный характер процесса и при $\varepsilon \neq 0$. Это говорит о том, что в ряде случаев В. т. смыкается с др. разделами теории дифференциальных уравнений или теории операторов.

В более сложных случаях ряд по степеням ε может расходиться, часто его можно понимать как асимптотическое разложение, что иногда достаточно для целей исследования.

Сказанное выше относится к осн. части В. т. Иногда приходится выходить за пределы осн. части В. т. Так, с привлечением [*КАМ-теории*](#) в некоторых задачах В. т. можно получать более точные результаты. В случаях, когда поправки при использовании В. т. имеют высокий порядок малости, также нужен выход за пределы осн. ядра В. т. КАМ-теория и нахождение экспоненциальных поправок – примеры упоминавшихся выше пограничных с В. т. областей.

Литература

Лит.: Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н. Введение в нелинейную механику. К., 1937; Биркгоф Дж. Д. Динамические системы. М.; Л., 1941; Боголюбов Н. Н. О некоторых статистических методах в математической физике. К., 1945; Маслов В. П. Теория возмущений и асимптотические методы. М., 1965; Шарлье К. Небесная механика. М., 1966; *Боголюбов Н. Н.,* Логунов А. А., Тодоров И. Т. Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля. М., 1969; Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М., 1972; *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. 4-е изд. М., 1974; *Моисеев Н. Н.* Асимптотические методы нелинейной механики. 2-е изд. М., 1981; Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики. 6-е изд. М., 1983; *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. 4-е изд. М., 1984; Арнольд В. И. Математические методы классической механики. 3-е изд. М., 1989.

Processing math: 0%