



ВА́РИНГА ПРОБЛЕ́МА

Авторы: А. А. Карацуба

ВА́РИНГА ПРОБЛЕ́МА, проблема о представимости каждого целого положительного числа суммой ограниченного числа одних и тех же степеней целых неотрицательных чисел. В. п. сформулирована Э. [Варингом](#) (1770) в следующем виде: доказать, что каждое натуральное число является суммой не более четырёх квадратов, девяти кубов, девятнадцати биквадратов и т. д. Совр. формулировка В. п.: при любом натуральном числе $n \geq 2$ существует натуральное число $k = k(n)$ такое, что каждое натуральное число N представляется суммой k слагаемых вида x^n , где x – неотрицательное целое число. Это утверждение обобщает теорему Лагранжа о том, что каждое натуральное число есть сумма четырёх квадратов целых чисел (1770). В общем виде, т. е. при любом $n \geq 2$, решение В. п. получено Д. [Гильбертом](#) (1909). Частные решения В. п. (при $n \leq 10$) были известны до 1909. В 1920 новое решение В. п., отличное от решения Гильберта, дали Г. [Харди](#) и Дж. [Литтлвуд](#) на основе созданного ими (совм. с С. [Рамануджаном](#)) кругового метода. В 1934 И. М. [Виноградов](#) на основе своего метода тригонометрич. сумм получил близкие к окончательным ответы на вопросы, поставленные Харди и Литтлвудом о поведении функции $k = k(n)$.

Литература

Лит.: Виноградов И. М. Избранные труды. М., 1952; Хуа Ло-ген. Метод тригонометрических сумм и его применения в теории чисел. М., 1964; Гильберт Д. Избранные труды. М., 1998. Т. 1.