



# БОГОЛЮБОВА ЦЕПÓЧКА УРАВНÉНИЙ

Авторы: Н. Н. Боголюбов (мл.), И. В. Волович

**БОГОЛЮБОВА ЦЕПÓЧКА УРАВНÉНИЙ**, цепочка уравнений для функций распределения  $F_s(t, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_s, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_s)$  координат и импульсов  $s$  частиц в классич. статистич. системе, состоящей из  $N$  частиц, здесь  $s = 1, 2, \dots, N-1$ ,  $t$  – время,  $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_s$  и  $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_s$  – трёхмерные векторы координат и импульсов частиц. При помощи функций распределения, гл. обр.  $F_1$  и  $F_2$ , могут быть выражены все специфич. характеристики статистич. систем.

Функции распределения  $F_s$  (точнее, плотности распределения) определяются равенствами  $F_s(t, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_s, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_s) = V^s \int \prod_{i=1}^s w_N d\mathbf{r}_i d\mathbf{p}_i$ , где  $s = 1, 2, \dots, N-1$ ,  $V$  – объём системы,  $w_N$  – функция распределения (плотность распределения вероятностей) для  $N$  частиц, удовлетворяющая уравнению Лиувилля  $\frac{\partial w_N}{\partial t} = \{H_N, w_N\}$ , где  $H_N$  – гамильтониан системы из  $N$  частиц; фигурные скобки означают скобки Пуассона (см. ниже). В отличие от  $w_N$  функции  $F_s$  не нормированы и становятся функциями распределения вероятностей при нормировке величиной  $V^s$ .

Б. ц. у. в предельном случае, когда  $V \rightarrow \infty$ ,  $V/N = v$ , где  $v$  – положительная постоянная, представляет собой бесконечную систему уравнений,  $s$ -е уравнение которой связывает производную  $\frac{\partial F_s}{\partial t}$  с функцией  $F_{s+1}$ : 
$$\frac{\partial F_s}{\partial t} = \{H_s, F_s\} + \frac{1}{v} \int \left( \sum_{i=1}^s \Phi(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{s+1}|) F_{s+1} d\mathbf{r}_{s+1} d\mathbf{p}_{s+1} \right)$$

Здесь  $\Phi(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{s+1}|)$  – потенциал взаимодействия  $i$ -й и  $(s+1)$ -й частиц,  $H_s$  – гамильтониан системы из  $s$  частиц (сумма кинетич. и потенциальной энергий); фигурные скобки обозначают скобки Пуассона, которые для функций  $f(t, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_s, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_s)$  и  $g(t, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_s, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_s)$  гамильтоновых (канонических) переменных  $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_s, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_s$  определяются равенством  $\{f, g\} = \sum_{k=1}^s \sum_{\alpha=1}^3 \left( \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}_k^\alpha} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{p}_k^\alpha} - \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}_k^\alpha} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{r}_k^\alpha} \right)$ .

Здесь  $\mathbf{r}_k^\alpha$  и  $\mathbf{p}_k^\alpha$ ,  $\alpha = 1, 2, 3$  – компоненты координат и импульсов частиц,  $k = 1, \dots, s$ .

Осн. трудности исследования Б. ц. у. связаны с проблемами замыкания системы и нахождения решения замкнутой системы со спец. предельными условиями для функций  $F_s$ . Эти исследования несколько упрощаются в термодинамически равновесном случае, когда распределение по импульсам каждой частицы является [Максвелла распределением](#), а также в случае короткодействия, когда третья степень эффективного радиуса взаимодействия частиц мала по сравнению с параметром  $v$ , и в случае длиннодействия, когда третья степень этого радиуса значительно превосходит  $v$ . Б. ц. у. приводит, в частности, к кинетическому уравнению Больцмана для одночастичной функции распределения  $F_1$ .

При рассмотрении квантовых статистич. систем Б. ц. у. составляется для  $s$ -частичных статистич. квантовых операторов.

Подход к изучению статистич. систем с использованием цепочек уравнений для функций распределения  $F_s$  был

предложен Н. Н. [Боголюбовым](#) (1946), такая цепочка уравнений получила название Б. ц. у., её также называют ББГКИ-уравнениями, последнее название связано с именами Н. Н. Боголюбова, М. [Борна](#), англ. учёных Дж. Грина, Дж. Кирквуда и Дж. Айвона, внёсших существенный вклад в исследования Б. ц. у.

Б. ц. у. является осн. аппаратом изучения классич. и квантовых систем в статистич. механике.

## Литература

Лит.: Уленбек Дж., Форд Дж. Лекции по статистической механике. М., 1965; Боголюбов Н. Н. Избранные труды. К., 1970. Т. 2. С. 99–196, 227–493; Боголюбов Н. Н., Боголюбов Н. Н. (мл.). Введение в квантовую статистическую механику. М., 1984.

Loading [MathJax]/jax/output/HTML-CSS/fonts/TeX/fontdata.js