



АФФ́ИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВА́НИЯ

Авторы: Э. Г. Позняк

АФФ́ИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВА́НИЯ, взаимно однозначные отображения плоскости (пространства) на себя, при которых прямые переходят в прямые. Если на плоскости задана декартова система координат, то любое А. п. этой плоскости может быть определено при помощи т. н. невырожденного линейного преобразования координат x и y точек (x, y) этой плоскости. Такое преобразование задаётся формулами $x' = ax + by + p$, $y' = cx + dy + q$ с дополнит. требованием $ad - bc \neq 0$. Аналогично, любое А. п. пространства может быть определено при помощи невырожденных линейных преобразований координат точек пространства. Совокупность всех А. п. плоскости (пространства) на себя образует группу аффинных преобразований. Это означает, в частности, что последовательное проведение двух А. п. эквивалентно некоторому одному аффинному преобразованию.

Примерами А. п. могут служить ортогональное преобразование (представляет собой движение плоскости или пространства или движение с зеркальным отражением); преобразования подобия; равномерное сжатие. Равномерное сжатие с коэф. k плоскости π к расположенной на ней прямой a – преобразование, при котором точки a остаются на месте, а каждая не лежащая на a точка M плоскости π смещается по лучу, проходящему через M перпендикулярно a , в такую точку M' , что отношение расстояний от M и M' до a равно k ; аналогично определяется равномерное сжатие пространства к плоскости. Всякое А. п. плоскости можно получить, выполнив некоторое ортогональное преобразование и последовательное сжатие к некоторым двум перпендикулярным прямым. Любое А. п. пространства можно осуществить посредством некоторого ортогонального преобразования и последовательных сжатий к некоторым трём взаимно перпендикулярным плоскостям. При А. п. параллельные прямые и плоскости преобразуются в параллельные прямые и плоскости. Свойства А. п. широко используются в разл. разделах математики, механики и теоретич. физики. Так, в геометрии А. п. применяются для т. н. аффинной классификации фигур. В механике А. п. пользуются при изучении малых деформаций непрерывной сплошной среды; при таких деформациях малые элементы среды в первом приближении подвергаются А. п.

Литература

Лит.: Александров П. С. Лекции по аналитической геометрии. М., 1968; Ефимов Н. В. Высшая геометрия. 6-е изд. М., 1978; Мухелишвили Н. И. Курс аналитической геометрии. 5-е изд. М., 2002; Федорчук В. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. 2-е изд. М., 2003.