



# АЛГОРИТМОВ ТЕОРИЯ

Авторы: А. Л. Семёнов

АЛГОРИТМОВ ТЕОРИЯ, раздел математики, изучающий общие свойства *алгоритмов*. Часть А. т., в которой изучаются свойства вычислимых функций, не зависящие от сложности их задания и вычисления, называется общей или дескриптивной А. т. К осн. понятиям А. т. относятся понятия вычислимой функции, перечислимого множества, т. е. множества значений вычислимой функции, и разрешимого множества (такого, для которого существует алгоритм проверки принадлежности к нему).

Проблематика А. т. сформировалась при изучении алгоритмич. проблем, в частности проблем распознавания свойства математич. объекта, заданного своим описанием – конструктивным объектом. Примерами таких свойств являются простота натурального числа, существование целочисленного корня у многочлена с целыми коэффициентами, равенство двух элементов группы, выраженных через её образующие, истинность формулы логич. языка. Мн. проблемы алгебры, математич. логики, теории чисел, топологии и др. областей математики оказались неразрешимыми (т. е. для них доказано несуществование искомого алгоритма). Неразрешимость той или иной проблемы распознавания обычно доказывается сведением к ней задачи распознавания принадлежности к неразрешимому перечислимому множеству. Амер. математик и логик Э. Л. Пост поставил проблему существования перечислимого неразрешимого множества, к проблеме принадлежности к которому сводятся не все проблемы принадлежности к перечислимым множествам. Эта проблема и её положительное решение положили начало широкому кругу исследований, в т. ч. относящихся к формализации понятия сведения.

Точная формулировка алгоритмич. проблем, возникающих в разных областях математики, требует установления соответствия между объектами данной области и натуральными числами (или иными конструктивными объектами), что является предметом теории нумераций.

В А. т. используются универсальные алгоритмы, которые в применении к  $\text{pare}\langle x, y \rangle$  дают результат применения алгоритма  $x$  к объекту  $y$ , а также т. н. диагональные конструкции, где строится объект, явно отличающийся от любого объекта заданного семейства. Теорема о неподвижной точке позволяет, описав некую трансформацию произвольной вычислимой функции, утверждать существование функции, не меняющейся при этой трансформации.

В А. т. выделяется теория сложности, представленная теорией сложности вычисления и теорией сложности описания. Теория сложности вычисления рассматривает, в частности, время вычисления (число шагов) и необходимый объём памяти. Для некоторых задач известные алгоритмы их решения состоят в последовательном переборе, напр. всех слов, и проверке для них искомого свойства. Одна из открытых проблем совр. математики и вычислит. практики – проблема перебора – состоит (говоря неформально) в выяснении того, существуют ли среди этих задач такие, для которых невозможен алгоритм, решающий её быстрее, чем перебором (точнее, в полиномиальное время). Сложность описания объекта – это миним. размер исходного данного, из которого фиксированный алгоритм позволяет получить этот объект. Это понятие легло в основу

алгоритмич. теории информации.

А. т. используется при построении конструктивной логики, конструктивной математики, находит применение в математич. лингвистике, при проектировании и построении устройств информац. технологий, разработке языков программирования, построении конкретных алгоритмов и доказательстве правильности их работы.

## Литература

Лит.: Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М., 1979; Успенский В. А., Семенов А. Л. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения. М., 1987; Марков А. А., Нагорный Н. М. Теория алгорифмов. М., 1996; Гончаров С. С., Ершов Ю. Л. Конструктивные модели. Новосиб., 1999; Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М., 2002; Верещагин Н. К., Шень А. Вычислимые функции. М., 2002.

Processing math: 0%